

TPC - Algèbre 3

18

Répondre par Vrai ou Faux. Trois réponses fausses éliminent une réponse vraie.

✓1. Tout espace euclidien non réduit à  $\{0_K\}$  admet au moins une base orthonormale.

Réponse: Vrai

✓2.  $\langle x, y \rangle^2 = \langle x, x \rangle \langle y, y \rangle$  si, et seulement si  $(x, y)$  est liée. Vrai

Réponse:

✗3. L'application  $(P, Q) \mapsto \langle P, Q \rangle = \int_0^2 (2-t)P(t)Q(t)dt$  est un produit scalaire sur  $\mathbb{R}^2[X]$ .

Réponse: Faux car elle peut être négative

✓4. Dans un espace euclidien, si un système de vecteurs non nuls est constitué de vecteurs deux à deux orthogonaux, alors, ce système est libre.

Réponse: Vrai

✓5. Soit  $F$  un sous-espace d'un espace préhilbertien réel  $E$ ,  $F \subset (F^\perp)^\perp$ . elle est aussi

Réponse:

Vrai

✓6. La norme du projeté orthogonal d'un vecteur est inférieure ou égale à la norme de ce vecteur.

Réponse:

Vrai

✓7. Un sous-espace vectoriel d'un espace préhilbertien réel  $E$  et son orthogonal sont supplémentaires.

Réponse:

Faux (dim finie)

✓8. Un produit scalaire sur un  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel  $E$  est une forme bilinéaire définie positive sur  $E$ .

Réponse:

Vrai

✓9. Tout espace euclidien admet une unique base orthonormée.

Réponse:

Faux

✓10. Dans un espace préhilbertien, toute famille orthonormale peut être complétée en une base orthonormale.

Réponse:

Faux (dim finie)