

16/20

Durée : 20 min - Documents et calculatrices interdits - Nb de pages: 1

Nom et prénom(s) : Sally E. Hajjar

Choisir la bonne réponse.

1. Si  $f$  est continue positive sur  $[0, \infty[$  et  $\lim_{t \rightarrow \infty} t^2 f(t) = 0$ , alors  $\int_0^{\infty} f(t) dt$   
 (a) converge  
 (b) diverge  
 (c) on ne peut rien dire.
2. Si  $f$  est continue positive sur  $[0, \infty[$  et  $\lim_{t \rightarrow \infty} t^2 f(t) = +\infty$ , alors  $\int_0^{\infty} f(t) dt$   
 (a) converge  
 (b) diverge  
 (c) on ne peut rien dire.
3. Si  $f$  est continue positive sur  $[0, \infty[$  et  $\lim_{t \rightarrow \infty} t f(t) = +\infty$ , alors  $\int_0^{\infty} f(t) dt$   
 (a) converge  
 (b) diverge  
 (c) on ne peut rien dire.
4. Si  $f$  est continue positive sur  $[0, \infty[$  et  $\lim_{t \rightarrow \infty} t f(t) = 0$ , alors  $\int_0^{\infty} f(t) dt$   
 (a) converge  
 (b) diverge  
 (c) on ne peut rien dire.
5. Si  $f$  est continue sur  $[0, \infty[$  et  $\int_0^{\infty} f(t) dt$  est absolument convergente. Alors  $\int_0^{\infty} \cos(t) f(t) dt$   
 (a) converge  
 (b) diverge  
 (c) on ne peut rien dire.

Répondre par Vrai ou Faux.

1. Si  $f$  est continue sur  $[0, \infty[$  et  $\int_0^{\infty} f(t) dt$  est absolument convergente. Alors  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$ . *Vrai*
2. Supposons que  $f$  et  $g$  sont continues sur  $[a, b]$ , et que  $f = o(g)$ . Alors si  $\int_a^b g(t) dt$  est absolument convergente, alors  $\int_0^{\infty} f(t) dt$  est absolument convergente. *Faux*
3. Si  $f$  et  $g$  sont de classe  $C^1$  sur  $[a, b]$ , alors  $\int_a^b f(t)g'(t) dt$  et  $\int_a^b f'(t)g(t) dt$  sont de même nature. *Vrai*
4.  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$  est divergente pour tout  $a$  dans  $\mathbb{R}$ . *Vrai*
5. Si  $f$  est une fonction définie sur  $A \times [a, b[$  par  $(x, t) \mapsto f(x, t)$ , et si  $\forall x \in A, \int_a^b f(x, t) dt$  converge, et  $\frac{\partial f}{\partial x}$  est continue sur  $[a, b]$ , alors

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_a^b f(x, t) dt = \int_a^b \frac{\partial f}{\partial x}(x, t) dt.$$

*Vrai*