

EXAMEN FINAL

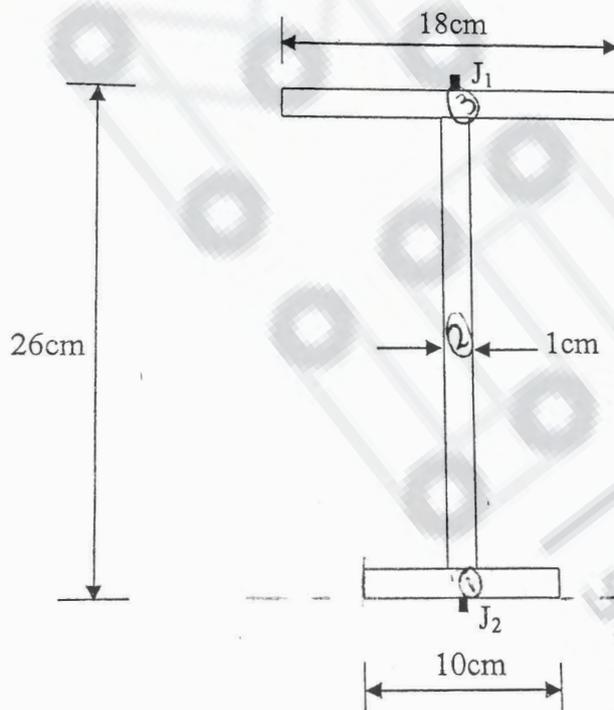
COMPOSITION : CALCUL EN PLASTICITE DES STRUCTURES

Documents permis, Calculatrices permises

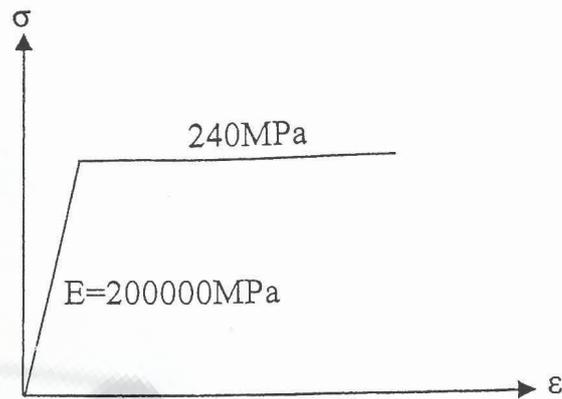
Durée : 02h00 – (de 10h30 à 12h30)

Problème 1

On considère une poutre de section droite composée d'une âme et de deux semelles à ailes inégales, soumise à la flexion pure dans son plan de symétrie vertical. Les semelles et l'âme ont la même épaisseur $t=1\text{cm}$.



Le diagramme contrainte-déformation du matériau est du type élastique parfaitement plastique, identique en traction et en compression.



- 1- Calculer le module élastique de la section et déterminer le moment élastique maximal.
- 2- Calculer le moment plastique et le module plastique de la section et déterminer son facteur de forme.
- 3- On soumet cette section à un moment fléchissant M à déterminer ; les jauges de déformation J_1 et J_2 montées sur les semelles supérieure et inférieure (voir figure) indiquent respectivement les déformations $\epsilon_{\text{sup}}=-0,0012$ et $\epsilon_{\text{inf}}=0,0021$:
 - a- Tracer le diagramme de déformation de la section et indiquer la position de l'axe neutre.
 - b- Tracer le diagramme de contrainte correspondant à ce diagramme de déformation ; en déduire la valeur du moment M . Vérifier que ce moment M est bien situé entre le moment élastique maximal et le moment plastique.
 - c- En supprimant le moment M ; calculer les contraintes résiduelles sur les fibres extrêmes de la section.

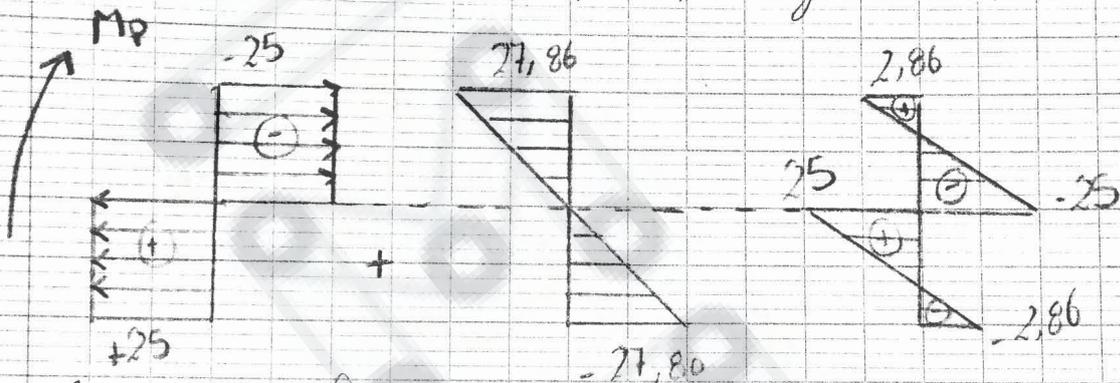
Fiche N° 3

Ex) 1. $M_e = w l_e$ dans le cas de flexion y est l'axe fort
 $W = W_y = 1680 \times 10^3 \text{ mm}^3 = 1680 \text{ cm}^3$

$$M_e = 1680 \times 25 = 42000 \text{ KN} \times \text{cm} = 420 \text{ KN} \times \text{cm}$$

$$M_p = Z l_e = Z_y l_e = 1870 \times 25 = 46750 \text{ KN} \times \text{cm} = 467,5 \text{ KN} \times \text{cm}$$

3. $\alpha = \frac{M_p}{\frac{M_e}{W}} = \frac{Z}{W} = 1,11$
 Contraintes résiduelles après flambement complet et déchargement



Ce diagramme forme un état de contrainte auto-équilibré

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{res} = 0 \\ N_{res} = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \int \sigma_{res} dA = 0 = N_{res} \quad \int \sigma_{res} y dA = 0$$

Problème 1: (Le lundi 19 décembre 2011 - Examen final)

L'aire: $\left[\begin{array}{ccc} (10 \times 1) & (1 \times 24) & (1 \times 18) \end{array} \right] y_G = \frac{1 \times 10 \times 0,5 + 1 \times 24 \times 13 + 1 \times 18 \times 25}{10 + 24 + 18}$

(1) (2) (3) position (1) (2) (3)
 de centre de gravité % à l'axe ---

$$\Rightarrow y_G = 14,923 \text{ cm} \quad (\text{position de l'axe neutre})$$

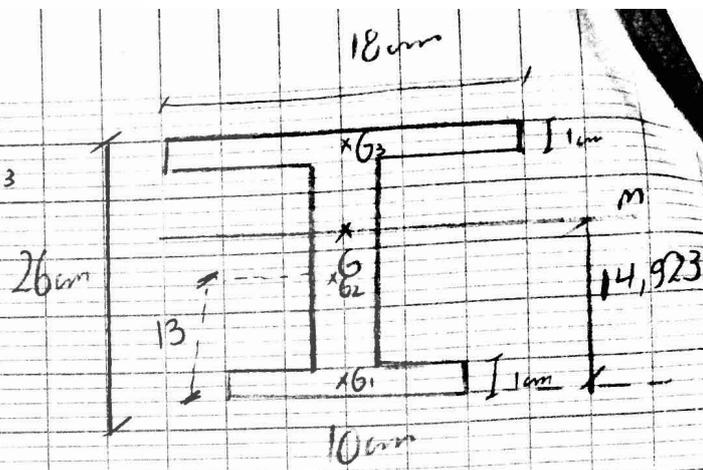
$$I_{m-m} = \frac{10 \times 1^3}{12} + 10 \times 1 \times (14,923)^2 + \frac{1 \times 24^3}{12} + 1 \times 24 \times (1,923)^2 + \frac{18 \times 1^3}{12} + 18 \times 1 \times (25,5 - 14,923)^2$$

(pour rapport à l'axe neutre)

$$= I_{G1} + I_{G2} + I_{G3} + S_1 y_{G1}^2 + S_2 y_{G2}^2 + S_3 y_{G3}^2$$

$$\frac{bh^3}{12} = \sum I_{G_i} + \sum S_i y_{G_i}^2$$

$$W = \frac{I}{y_{\max}} = \frac{5337,8}{14,923} = 357,7 \text{ cm}^3$$



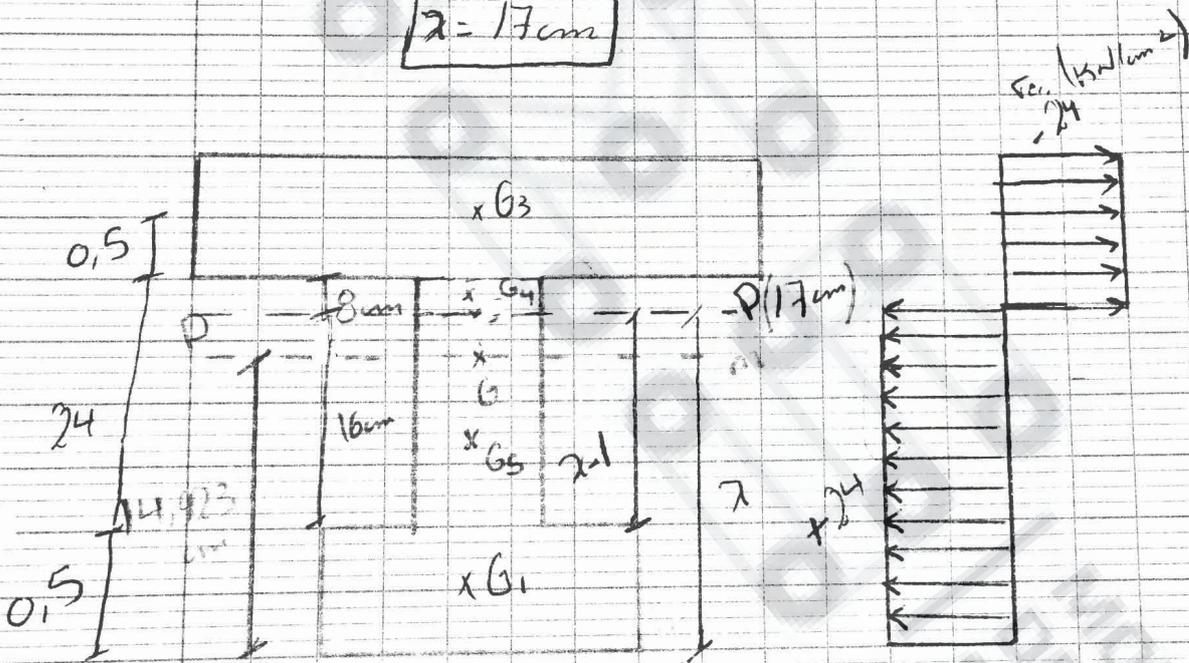
$$\sigma_e = 240 \text{ Mpa} = 24 \text{ Knl/cm}^2$$

$$M_e = \frac{\sigma_e \times W}{\gamma_e} = \frac{24 \times 357,7}{1} = 85,8 \text{ Knl}\cdot\text{cm}$$

2/ Axe neutre plastique, le moment plastique et le module plastique
 * L'axe neutre plastique divise la section en 2 parties égales

$$1 \times 10 + 1 \times (\lambda - 1) = 18 \times 1 + (25 - \lambda) \times 1$$

$$\boxed{\lambda = 17 \text{ cm}}$$



$$M_p = \frac{\sigma_e}{\gamma_e} \times S = 24 \times 18 \times 1 \times (25,5 - 17) + 24 \times 18 \times 1 \times 4 + 24 \times 16 \times 1 \times 8 + 1 \times 10 \times 24 \times 8,5$$

$$M_p = 24(18 \times 8,5 + 32 + 16 \times 8 + 85) = 24 \times 478$$

$$M_p = 11472 \text{ Knl}\cdot\text{cm} = 114,72 \text{ Knl}\cdot\text{m}$$

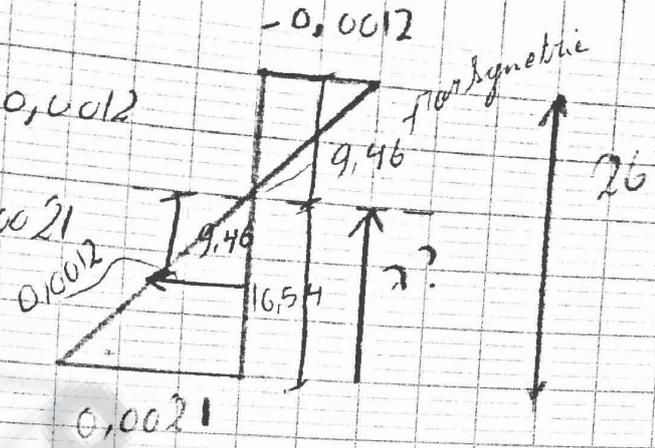
$$Z = 478 \text{ cm}^3$$

Le facteur de forme $\alpha = \frac{M_p}{M_e} = \frac{Z}{W} = \frac{478}{357,7} = 1,34$

B a

$$\epsilon_{J_1} = \epsilon_{Sup} = 0,0012$$

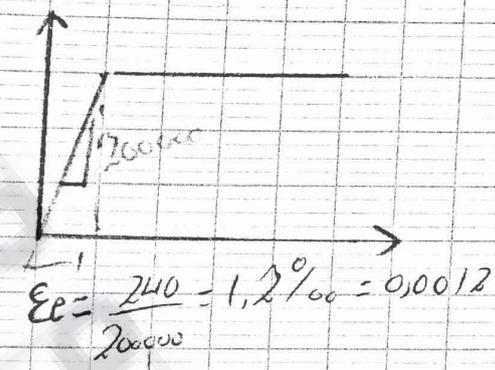
$$\epsilon_{J_2} = \epsilon_{Imp} = 0,0021$$



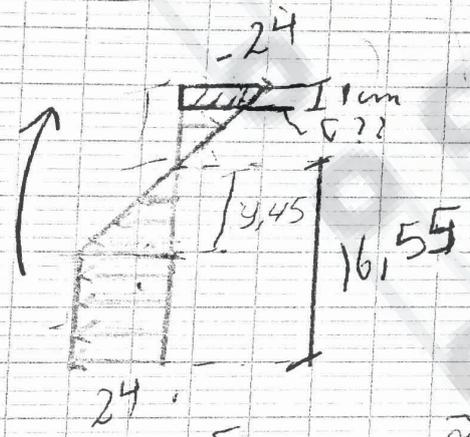
$$\frac{0,0021}{a} = \frac{0,0012}{26-a}$$

$$\frac{21}{a} = \frac{12}{26-a}$$

$$a = 16,54 \text{ cm}$$



$$\epsilon_e = \frac{240}{200000} = 1,2\text{‰} = 0,0012$$



$$\frac{24}{\sigma} = \frac{9,45}{8,45} \Rightarrow \sigma = 21,46 \text{ KN/cm}^2$$

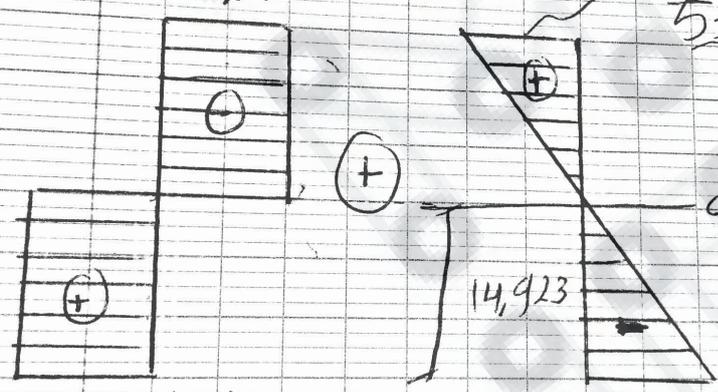
$$M = 10 \times 1 \times 24 \times 16,05 + \frac{1}{6} \times 1 \times 1 \times (9,45 + 3,05) + 24 \times 1 \times 9,45 \times \frac{2 \times 9,45}{3} + 21,46 \times \frac{8,45 \times 1}{2} \times \frac{2}{3} \times 8,45 + \text{partie trapézoïdale}$$

en rouge

$$\Rightarrow M_e < M < M_p \quad M = 106,3 \text{ KN/m} \left(\frac{24+5}{2} \right) \times 1 \times 10$$

C - $V_{résiduelle}$ (fibres inférieures) = -5,72 KN/cm +
 $V_{rés}$ (supérieures) = -1,938 KN/cm +
 Onde charge pour M_p

de charge
MPSO
- 24 KN/m^2



106,3 de ja calculé précédent
 $\frac{10630}{5337} \times 11,08 = 23,82$ KN/m^2
 position de la fibre neutre par rapport à l'axe neutre

$= \frac{10630}{5337} \times 14,92 = 29,72$ KN/m^2

Residuelle = somme (σ_{sup} dans cette poutre + σ_{sup} dans l'autre poutre)