Chap 9 : Superposition d'onde et interferences

I- Ondes stationnaire

les extremités O et L sont fixé et on on une propagation d'une onde sinuzoidale.
Une fois arrivé en L, l'onde vas se reflechir dans le sens opposé à la même frequence et la vitesse de propation.

Onde aller : $y_+(x,t) = y_+^0 \cos(\omega t - Kx)$
Onde retour : $y_-(x,t) = y_-^0 \cos(\omega t + Kx - \rho)$

$$y(x,t) = y_+(x,t) + y_-(x,t) = y_+^0 \cos(\omega t - Kx) + y_-^0 (\omega t + Kx - \rho)$$

or on sait que en $x=0$ $y(0,t)=0$

$\hookrightarrow y(0,t) = y_+^0 \cos(\omega t) + y_-^0 \cos(\omega t - \rho) = 0$

$y_+^0 \cos(\omega t) = -y_-^0 \cos(\omega t - \rho) \Rightarrow y_+^0 = -y_-^0$ et $\rho = 2n\pi$

$\hookrightarrow y(x,t) = y_+^0 \left[\cos(\omega t - Kx) - \cos(\omega t + Kx)\right]$

$\cos p - \cos q = 2 \sin\left(\frac{p-q}{2}\right) \sin\left(\frac{p+q}{2}\right)$

$= 2y_+^0 \sin(\omega t) \sin(Kx)$ → espace-temps decouplé, il s'agit donc d'une onde stationnaire

$= y^0 \sin(\omega t) \sin(Kx)$ on pose $y^0 = 2y_+^0$

or on sait que en $x=L$ $y(L,t)=0$

$y(L,t) = y^0 \sin(\omega t) \sin(KL) = 0 \quad \forall t$

$\hookrightarrow KL = 0, \pi, 2\pi, \dots n\pi$ càd $K_n L = nL = K_n = \frac{n\pi}{L}$

or $K = \frac{\omega}{c} \rightarrow \omega = cK \Rightarrow \omega_n = cK_n = n\frac{c\pi}{L}$

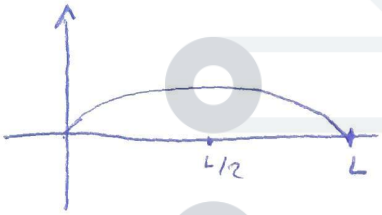
Les ondes autorisés sur la corde sont $y_n(x,t) = y_n^0 \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{nc\pi}{L} t\right)$

Differentes solution sont trouvé selon l'indice n. Chacune de solution sont des modes.

$n = 1 \rightarrow$ mode fondamentale

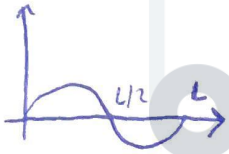
$$y(x,t) = y_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi c t}{L}\right)$$

$L = \frac{\lambda}{2}$



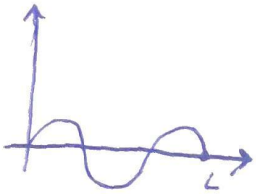
$n = 2 \rightarrow$ 1er harmonique

$L = 2\frac{\lambda}{2}$



$n = 3 \rightarrow$ 2eme harmonique

$L = 3\frac{\lambda}{2}$



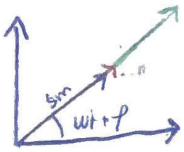
En General : $L = \frac{n\lambda}{2}$ $\Rightarrow$ les λ autorise sur la corde sont $\lambda_n = \frac{2L}{n}$

II - Interferance des ondes

Lors de la superposition de deux ondes, on met en evidence :

- des points où la superposition donne lieu à un maximum de vibration : interferance constructive
- des points où la superposition donne lieu à une vibration nulle : interference destructive

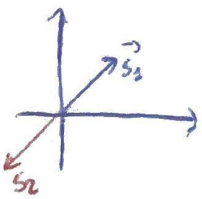
Representation de fresnel



$S_1(t) = S_{m1}\cos(\omega t + \varphi)$

$S_2(t) = S_{m2}\cos(\omega t + \varphi_2)$

$|S_T| = S_{m1} + S_{m2}$ car $\varphi = \varphi_2 \Rightarrow \Delta\varphi = 0 \Rightarrow S_1$ et S_2 en phase $\Rightarrow$ Interferance constructive avec $S_m = S_{max}$



$\|S_1\| = S_1$

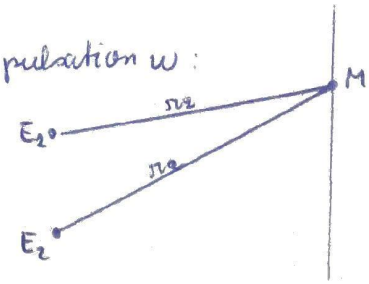
$\|S_2\| = -S_2$

$\Rightarrow S_T = S_1 + (-S_2) = S_1 - S_2 = S_{min} \Rightarrow$ Interferance destructive

$\Delta\varphi = \pi \Rightarrow$ opposition de phase

- Considerons 2 signaux emettant en phase en E_1 et E_2 à la meme pulsation ω :

$S_M(t) = s_1 \cos\left(\omega t - \omega\frac{r_1}{c}\right) + s_2 \cos\left(\omega t - \omega\frac{r_2}{c}\right)$ avec $\frac{r_1}{c}$ et $\frac{r_2}{c}$ temps emis par l'onde pour aller de E_1 à M et de E_2 à M



Le dephasage entre les deux signaux reçus ne depend que de la $\neq$ de $(r_1 - r_2)$, en effet

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \omega\left(t - \frac{r_2}{c}\right) - \omega\left(t - \frac{r_1}{c}\right) = \frac{\omega}{c}(r_1 - r_2)$$

or $\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2)$

On considère alors 2 cas :

On pose $r_1 - r_2 = \delta \Rightarrow$ difference de marche

- quand $\delta = K\lambda \quad K \in \mathbb{N} \Rightarrow$ Maximum de vibration

$\varphi = K 2\pi$ (càd $0, 2\pi, 4\pi, 6\pi \ldots$)

- quand $\delta = \left(K + \frac{1}{2}\right)\lambda \Rightarrow$ Vibration nul

$\varphi = \left(K + \frac{1}{2}\right) 2\pi$ $(\pi, 3\pi, 5\pi, \ldots)$