Chapitre 4 : Circuit fixe dans un champ magnetique variable

I - Auto induction

a - Inductance propre : Une spire ou un circuit traverser par un courant $i(t)$ crée un champs magnetique propre noté $\vec{B_p}$.
le flux ϕ_p de B_p est appelé flux propre. Ce flux est proportionel à $i(t)$ tel que $\boxed{\phi_p = L i}$ où L est coef d'induction en H/henry
$H = m^2 . Kg . s^{-2} . A^{-2}$

inductance propre d'un solenoide.

on a $B = \mu_0 . n . I = \mu_0 . \frac{N}{\ell} . i$

le flux à travers 1 spire du solenoide : $\phi_{spire} = \vec{B} . \vec{S} = \mu_0 . \frac{N}{\ell} . i \, S$

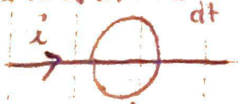
$\phi_{propre} = \phi_{spire} . N = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S i$

or $\phi_p = L i$ on identifie alors $\boxed{L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S}$

Force electromotrice (fem) auto induite

$$e_p(t) = - \frac{d\phi_p}{dt} \quad \text{avec} \quad \phi_p = L i$$
$$\boxed{= -L \frac{di}{dt}}$$

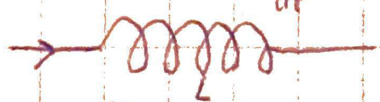
$e_p(t) = -L \frac{di}{dt}$



convention generateur

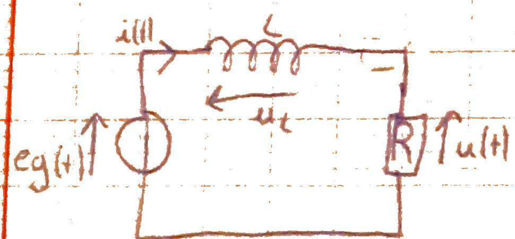
ou

$u_L(t) = L \frac{di}{dt}$



convention recepteur

Soit le circuit suivant :



$$\times i(t) \quad eg(t) = u_L + u = L \frac{di}{dt} + R i$$

$$\hookrightarrow \underbrace{eg(t) i(t)}_{\text{Puissance du generateur}} = L \frac{di}{dt} i(t) + R \, i(t)^2$$

$$= \underbrace{\frac{1}{2} L \frac{d i^2}{dt}}_{\text{puissance stocké dans la bobine}} + \underbrace{R i(t)^2}_{\text{puissance dissipé par effet Joule}}$$

II - Inductance mutuelle

Les flux magnétique envoyés réciproquement l'un à travers l'autre dans les deux circuit sont :

$\varphi_{1\to2}$: flux de $\vec{B_1}$ à travers C_2 $= M_{12}\, i_1$

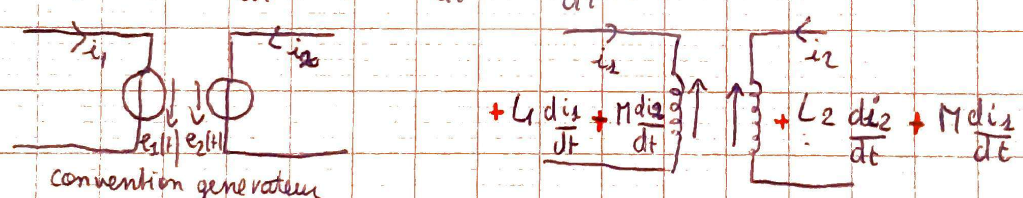
$\varphi_{2\to1}$: flux de $\vec{B_2}$ à travers C_1 $= M_{21}\, i_2$

Ainsi on a $\varphi_1 = \varphi_{p_1} + \varphi_{2\to1} = L_1 i_1 + M i_2$

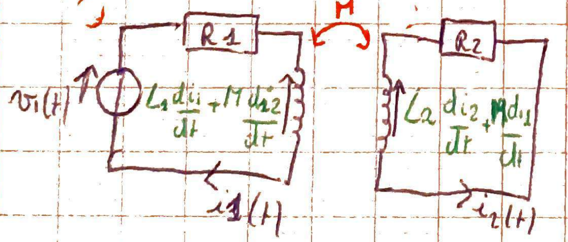
$\varphi_2 = \varphi_{p_2} + \varphi_{1\to2} = L_2 i_2 + M i_1$

force électromotrice dans C_1 et C_2

- $e_1(t) = -\dfrac{d\varphi_1}{dt} = -L_1 \dfrac{di_1}{dt} - M\dfrac{di_2}{dt}$
- $e_2(t) = -\dfrac{d\varphi_2}{dt} = -L_2\dfrac{di_2}{dt} - \dfrac{M\,di_1}{dt}$



Etude énergétique



① $v_1(t) = v_0 \cos(\omega t) = R_1 i_1 + L_1\dfrac{di_1}{dt} + M\dfrac{di_2}{dt}$

② $R_2 i_2 + L_2\dfrac{di_2}{dt} + \dfrac{M\,di_1}{dt} = 0$

en complexe : $\underline{v_1}(t) = (R_1 + jL_1\omega)\,\underline{i_1}(t) + jM\omega\,\underline{i_2}(t)$

$0 = (R_2 + jL_2\omega)\,\underline{i_2}(t) + jM\omega\,\underline{i_1}(t) \Rightarrow \underline{i_2}(t) = \dfrac{-jM\omega}{R_2 + jL_2\omega}\,\underline{i_1}(t)$

$\Rightarrow \underline{v_1}(t) = \underbrace{\left(R_1 + jL_1\omega + \dfrac{M^2\omega^2}{R_2 + jL_2\omega}\right)}_{\text{impédance équivalente du circuit}} \underline{i_1}(t)$

Energie total du circuit $=$ ① $\times\, i_1(t)$ + ② $\times\, i_2(t)$

$= \dfrac{d}{dt}\underbrace{\left(\frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + M i_1 i_2\right)}_{} + R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2$

puissance stockée par les 2 circuits.