UNIVERSITE SAINT-JOSEPH
FACULTE D'INGENIERIE – ESIB

Le mardi 12 janvier 2016

Semestre S1
Bâtiments et ingénierie de l'entreprise
Eau et environnement
Travaux publics et transports

Examen final : Mécanique des milieux déformables

Durée 3h Documents permis, Calculatrice permise

Questions de cours

1- Dans un état plan de contrainte les tenseurs des contraintes et des déformations prennent dans la base orthonormée (x, y, z) la forme suivante :

$$[\sigma]=\begin{bmatrix}\sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0\\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \qquad [\varepsilon]=\begin{bmatrix}\varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0\\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz}\end{bmatrix}$$

Montrer que les relations contraintes-déformations s'écrivent dans ce cas :

$$\begin{Bmatrix}\sigma_{xx}\\ \sigma_{yy}\\ \sigma_{xy}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{E}{1-\nu^2} & \dfrac{E\nu}{1-\nu^2} & 0\\ \dfrac{E\nu}{1-\nu^2} & \dfrac{E}{1-\nu^2} & 0\\ 0 & 0 & \dfrac{E}{2(1+\nu)}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_{xx}\\ \varepsilon_{yy}\\ \gamma_{xy}\end{Bmatrix}, \quad \gamma_{xy}=2\varepsilon_{xy}$$

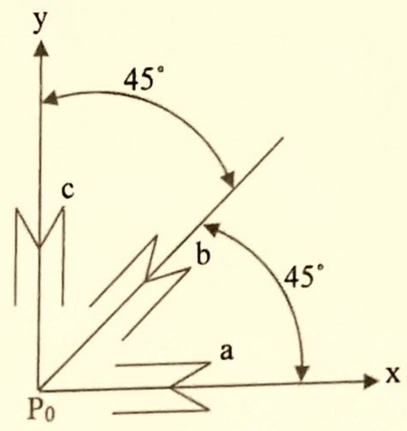
2- Trouver en état plan de contrainte l'expression de ε_{zz} en fonction de σ_{xx} et σ_{yy} et en fonction de ε_{xx} et ε_{yy}.

3- Donner dans le cas d'un état plan de déformation, la forme des tenseurs des contraintes et des déformations dans la base orthonormée (x, y, z).

4- Soit un solide à la température de référence uniforme T_0. Suite à un apport de chaleur, le champ de température dans ce solide devient T(x, y, z) où x, y, z sont les coordonnées cartésiennes des points du solide. Quel doit être la forme du champ T pour que les déformations d'origine thermique dans ce solide vérifient les équations de compatibilité des déformations de Saint-Venant?

Problème 1

La rosette rectangulaire illustrée sur la figure, enregistre les déformations suivantes, en un point P_0 situé sur la surface libre (état plan de contrainte) d'une plaque en aluminium (E=70000MPa, ν=0,33) :



ε_a= 0,001 ε_b= 0,0022 ε_c= 0,0008

1- Calculer les composantes du tenseur des déformations dans la base x, y, z ; z étant l'axe perpendiculaire au plan de la rosette.

2- Calculer les composantes du tenseur des contraintes dans la même base.

3- En utilisant le cercle de Mohr de l'état de contrainte, calculer les contraintes principales et les directions associées.

4- Calculer la contrainte de cisaillement maximale et les directions associées.

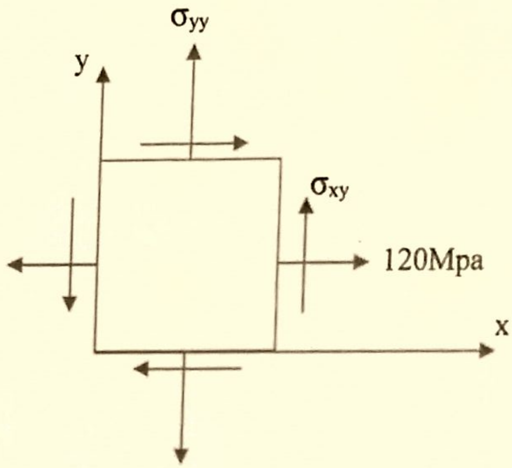
5- Calculer les contraintes équivalentes de Von Mises et Tresca et trouver les coefficients de sécurité vis-à-vis de la plasticité donnés par ces deux critères de plasticité en prenant la limite élastique, σ_e=25kN/cm^2.

6- Calculer la densité de l'énergie de déformation en ce point.

7- Calculer la variation de l'épaisseur de la plaque en ce point sachant que son épaisseur initiale est de 5mm.

<u>Problème 2</u>

La figure ci-dessous représente un élément en état plan de contrainte dans le plan x-y.



9/24

Sachant que les contraintes principales de cet état de contrainte sont de 80 et 200Mpa ;
Calculer :

a- Les contraintes σ_{yy} et σ_{xy} où σ_{xy} peut être positive ou négative.
b- L'angle que fait la direction de la contrainte principale maximale avec l'axe x et montrer le résultat obtenu par un dessin.
c- Tracer le diagramme de Mohr de cet état de contrainte et calculer la contrainte tangentielle maximale et la contrainte équivalente de Von Mises.

<u>Problème 3</u>

En l'absence des forces de volume, la distribution des contraintes dans un solide en équilibre est donnée par le tenseur des contraintes suivant :

σ_{xx}=Ay ;
σ_{xy}=2x ;

$\sigma_{yy}=Bx+Cy$;
Les autres contraintes sont nulles et x, y, z sont les coordonnées des points dans le solide.

De même, on suppose que le plan d'équation $x-2y=0$ est libre de contrainte (le vecteur contrainte agissant sur ce plan est nul). On demande de déterminer les valeurs des constantes A, B et C ; et de dessiner les diagrammes des contraintes agissant sur la section $y=2m$ en supposant que dans cette section x varie entre -2m et 2m.