

Chapitres 1: Champ Electrostatique

Distribution de charges: -Volumique : $Q = \iiint \rho \cdot d\tau$

-Surfacique: $Q = \iint \sigma \cdot ds$

-Linéaire: $Q = \int \lambda \cdot dl$

-**Champ** crée par une charge ponctuelle : $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{\vec{u}_{AM}}{\|AM\|^2}$

-**Force** : $F = \frac{q \cdot q_1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{\vec{u}_{AM}}{\|AM\|^2}$ avec $\vec{u}_{AM} = \frac{\vec{AM}}{\|AM\|}$

Remarque : ϵ_0 est remplacé par ϵ si le milieu n'est pas le vide.

-**Principe de superposition**: $\vec{F}(M) = \vec{F}_{M_1M} + \vec{F}_{M_2M}$

$$\vec{E}(M) = \vec{E}_{M_1M} + \vec{E}_{M_2M}$$

Propriétés de Symétrie : Soit D la distribution de charges. (Π : plan de symetrie)

Symétrie plane	Antisymétrie plane
- $\forall M' = \text{sym}_{\Pi} M$, $M' \in$	- $\forall M' = \text{sym}_{\Pi} M$, $M' \in$
- $P(M') = P(M)$	- $P(M') = -P(M)$
- $\vec{E}(\text{sym}(P)) = \text{sym}(E(P))$	- $\vec{E}(\text{sym}(P)) = -\text{sym}(E(P))$
- $\forall P \in \Pi$, $E(P) \subset \Pi$	- $\forall P \in \Pi$, $E(P) \perp \Pi$

Potentiel Electrostatique.

$$-C_{CD} = \int_C^D \vec{E}(M) \cdot d\vec{l}_M = - \int_C^D dV_A(M) = V_A(C) - V_A(D) \text{ et } V(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{1}{r}$$

Donc la circulation dans ce cas ne dépend pas du chemin suivi.

$$-\vec{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}}(V(M))$$

-Energie potentielle d'une charge : $E_p = q \cdot V$

Théorème de Gauss : flux de champ.

$$-\varphi_{\vec{E}} = \oiint \vec{E}(M) \cdot d\vec{S}_M = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$d\vec{S}_M$ est compté positif pour le champ sortant.

Lignes de champs et équipotentielles.

-Les lignes de champs sont tangentes en tout point à \vec{E} , donc elles sont confondues avec \vec{E} et on a :

$$d\vec{OM} = K \cdot (E(M)) \text{ avec } d\vec{OM} \text{ le déplacement sur une ligne de champ.}$$

-Les équipotentielles sont des surfaces sur lesquelles le potentiel à une même valeur:

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{1}{r} = cte \text{ donc } r = cte \text{ et les équipotentielles sont des sphères et } dV = 0$$

Chapitres 2 : Exemples de champs Electrostatiques

Théorème de Gauss : Application.

-On commence par une analyse des invariances et des symétries afin de connaître la direction de \vec{E} .

-On choisit une surface fermée qui permet d'exprimer \vec{E} de façon simple et d'utiliser le théorème de Gauss.

Exemples.

Symétrie sphérique.

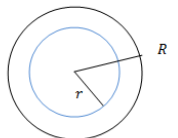
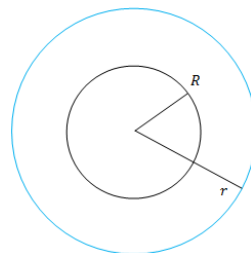
-Pour une sphère, \vec{E} ne dépend que de r donc : $\vec{E}(M) = \vec{E}(r) = E(M)\vec{u}_r$

-Calcul de $\varphi(s) = \oiint E(r) \cdot \vec{u}_r \cdot dS_M \cdot u_r = \oiint E(r) \cdot dS_M = E(r)4\pi r^2$ ($r \neq R$)

-Application du Théorème de Gauss : $\oiint \vec{E}(r) \cdot d\vec{S}_M = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$

$$E(r) = \frac{Q_{int}}{4\pi r^2 \epsilon_0} \text{ Deux cas : } \begin{cases} \text{si } r > R : Q_{int} = Q \\ \text{si } r < R : Q_{int} = \iiint \rho \times d\tau = \rho \times \frac{4}{3}\pi r^3 \end{cases}$$

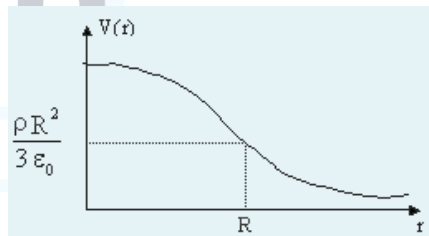
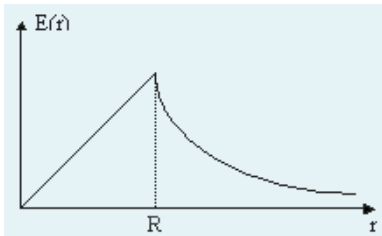
$$\text{donc } E(r) \begin{cases} \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0} & \text{si } r > R \\ \frac{\rho \cdot r}{3\epsilon_0} & \text{si } r < R \end{cases}$$



$$E = -\text{grad}(V)$$

$$V(r) \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} + A & \text{si } r > R \\ -\frac{\rho r^2}{6\epsilon_0} + B & \text{si } r < R \end{cases} \quad \text{Or } V(\infty) = 0 \rightarrow A = 0 \quad \text{et } V(r) = V(R) \quad (\text{continuité de } V \text{ en } r = R)$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} = -\frac{\rho R^2}{6\epsilon_0} + B \rightarrow B = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{\rho R^2}{6\epsilon_0}$$

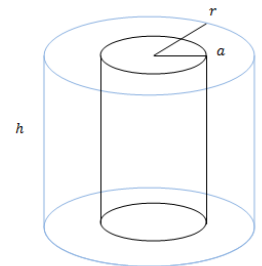


Symétrie cylindrique.

Tout le travail fait pour une symétrie sphérique se répète pour le reste des symétries.

On rappelle : $S_{\text{cylindre}} = 2\pi r h$ et $V_{\text{cylindre}} = \pi r^2 h$

$$-E(r) \begin{cases} \frac{\rho a^2}{2\epsilon_0 r} & \text{si } r > a \\ \frac{\rho r}{2\epsilon_0} & \text{si } r < a \end{cases} \quad \text{et} \quad V(r) \begin{cases} -\frac{\rho a^2}{2\epsilon_0} \ln(r) + A & \text{si } r > a \\ -\frac{\rho r^2}{4\epsilon_0} + B & \text{si } r < a \end{cases}$$



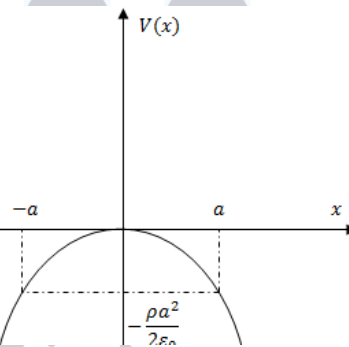
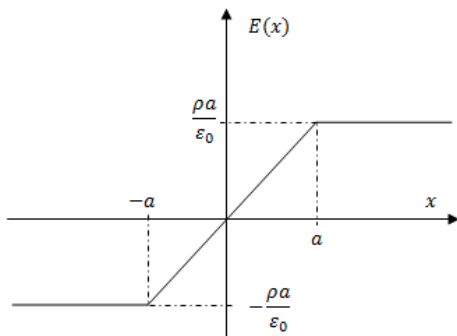
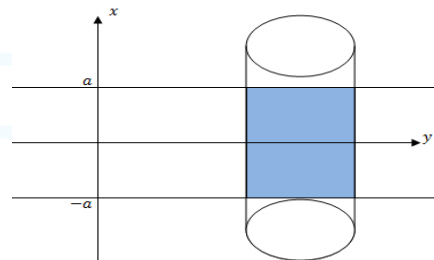
Remarque : Le cylindre est considéré comme infini donc on ne peut pas écrire $V(\infty) = 0$.

A et B sont déterminées à partir de la continuité de V en $r = a$

Symétrie plane.

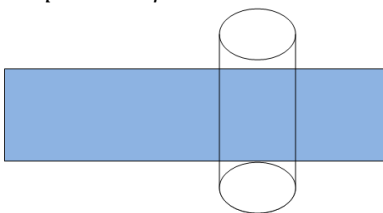
La surface choisie est un cylindre.

$$-E(x) \begin{cases} \frac{\rho a}{\epsilon_0} & x > a \\ -\frac{\rho x^2}{2\epsilon_0} & x < a \end{cases} \quad \text{et} \quad V(x) \begin{cases} -\frac{\rho a}{\epsilon_0} x + \frac{\rho a^2}{2\epsilon_0} & x > a \\ -\frac{\rho x^2}{2\epsilon_0} & x < a \end{cases}$$



Modélisation surfacique.

$$dq = 2a \cdot S \cdot \rho$$



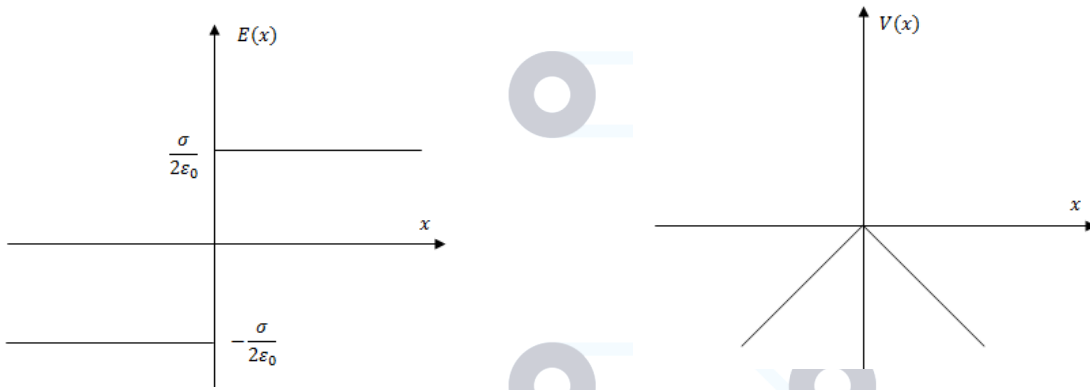
$$dq = \sigma \cdot S$$



(S étant l'aire de la base cylindrique)

$$\rightarrow 2a \cdot S \cdot \rho = \sigma S \quad \text{donc} \quad \sigma = 2a \cdot \rho$$

La charge contenue dans le cylindre est la même que celle contenue sur le disque de surface S .



$$-\vec{E}(M) = \frac{\sigma \cdot \vec{n}}{2\epsilon_0} \text{ avec } \vec{n} \text{ vecteur unitaire normale à } \sigma.$$

Condensateur : $Q = C \cdot U$ avec $C = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{e}$ (S étant la surface d'une armature)

Chapitres 3 : Dipôles Electrostatiques.

Potentiel crée par un dipôle électrostatique :

$$-V(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{a}{r^2} \cos(\theta) \right] \text{ avec } a \text{ la distance entre la charge } \oplus \text{ et } \ominus.$$

$$= \frac{\vec{P} \cdot \vec{OM}}{4\pi\epsilon_0 OM^3} \text{ et } \vec{P} = q \cdot \vec{NP} \text{ avec } \vec{NP} \text{ vecteur allant de } -q \text{ à } +q$$

Champ crée par un dipôle électrostatique :

$$-\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 OM^5} [3(\vec{P} \cdot \vec{OM})\vec{OM} - OM^2 \vec{P}]$$

Moment des forces pour un champ :

$$-\vec{M}_O = \vec{P} \wedge \vec{E}$$

Champ non uniforme : $\vec{F} = \text{grad}(\vec{P} \cdot \vec{E})$ et $E_p = -\vec{P} \cdot \vec{E}$ (Energie potentielle d'interaction).