

## Chapitre 1 : Les matériaux électrotechniques

- Loi de Lenz-Faraday :

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

- Loi de Laplace :

$$d\vec{F}_M = \vec{J}_M \cdot dV \wedge \vec{B}_M$$

- Vecteurs :

$$\begin{array}{ll} \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} & \text{Déplacement électrique} \\ \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} & \text{Excitateur magnétique} \end{array}$$

- Juxtaposition de 2 milieux conducteurs idéaux :

- Conservation des composantes normales de  $\vec{j}$ :  $\vec{j}_{mn_1} = \vec{j}_{mn_2}$
- Composantes tangentielles sont dans le Rapport des conductivités :

$$\frac{\vec{j}_{mt_1}}{\gamma_1} = \frac{\vec{j}_{mt_2}}{\gamma_2}$$

Le courant est entièrement localisé dans l'un des 2 milieux si :

1. La conductivité de ce milieu  $\gg$  l'autre
2. La composante normale de  $j = 0$  dans ce milieu

- Juxtaposition de 2 milieux magnétiques idéaux :

- Conservation des composantes normales du vecteur conducteur  $\vec{B}_{n_1} = \vec{B}_{n_2}$
- Composantes tangentielles sont dans le Rapport des perméabilités :

$$\frac{\vec{B}_{t_1}}{\mu_1} = \frac{\vec{B}_{t_2}}{\mu_2}$$

L'induction sera entièrement localisée dans l'un des 2 milieux si :

1.  $\mu$  de ce milieu  $\gg \mu$  de l'autre
2. Composante normale de  $\vec{B} = 0$  dans ce milieu

- Vecteur Aimantation  $\vec{M}$ :

- Comportement magnétique de la nature à l'échelle macroscopique
- Son origine : moment magnétique orbital et spin de l'électron

$\vec{M}$  cherche à s'aligner avec  $\vec{H}$  mais en réalité ils ne s'alignent pas complètement

$$\frac{B}{\mu_0} = \vec{H} + \vec{M}$$

- Dans le vide :  $\vec{M} = 0 \Rightarrow \vec{B} = \mu_0 \vec{H}$
- Matériau idéal :  $\vec{M} = \chi_m \vec{H} \Rightarrow \vec{B} = \mu \vec{H}$  avec  $\mu = \mu_0(1 + \chi_m)$
- Matériau réel :

$$\frac{\vec{B}}{\mu} = \vec{H} + \vec{M}$$

- $\chi_m$  diminue avec la température : l'agitation thermique empêche l'orientation des dipôles selon le champ

- Si  $\vec{H}$  augmente,  $\vec{M}$  s'aligne positivement avec  $\vec{H}$  jusqu'à un  $\vec{H}_{max}$  (phénomène de saturation)

- Variation de la perméabilité totale :  $M_{tot} = \frac{B}{H}$

- Matériau doux : Simplification

- $B(H) \equiv$  Courbe de 1<sup>ère</sup> aimantation
- Courbe de 1<sup>ère</sup> aimantation  $\equiv$  droite : Zone linéaire
- $\vec{M}, \vec{B}, \vec{H}$ : presque colinéaires :  $\vec{B} = \mu \vec{H}$

- $\mu_r$  perméabilité relative :

$$\mu_r = 1 + \chi_m \rightarrow 0 \text{ (domaine de saturation)} \quad \mu_r = \mu / \mu_0$$

- Pertes :

- Pertes par courants de Foucault :  $P_F = K_F \times \gamma \times e^2 \times \hat{B}^2 \times f^2$
- Pertes par cycle hystérésis :  $P_H = K_H \times \hat{B}^2 \times f \quad a \approx 1.6$

$$P_{F_e} = P_F + P_H : \text{pertes ferromagnétiques totales}$$

- Matériau à base de ferrites :  $B_{sat} \ll B_{sat \text{ de ferromag}}$

## Chapitre 2: Etude d'u circuit magnétique

- Force magnéto-motrice :  $\xi = n \cdot I \quad [At]$ .

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = n \cdot I \rightarrow \boxed{H \cdot l = n \cdot I = \xi} \text{ (Utilisé es saturation)}$$

$$\boxed{\xi = \mathfrak{R} \cdot \varphi} \text{ (régime linéaire)}$$

- Flux :  $\varphi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot S \quad [Wb]$

$$\varphi = B \cdot S = \mu \cdot H \cdot S \text{ (dans le cas linéaire où } B = \mu \cdot H)$$

On aura donc :

$$\boxed{n \cdot I = \frac{l}{\mu \cdot S} \varphi}$$

- Réluctance :

$$\boxed{\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu \cdot S}} \quad \left[ \frac{At}{Wb} \right] = [H^{-1}]$$

Perméance :

$$\boxed{\wp = \frac{1}{\mathfrak{R}}} \quad [H]$$

- Perméabilité :

- Régime linéaire :  $\mu = \frac{B}{H} = cte \quad \left[ \frac{H}{m} \right]$
- Régime saturé :  $\mu \neq cte$

- Dans l'entrefer, la perméabilité est égale à  $\mu_0 = cte$ .

- Coefficient de Hopkinson :

$$\boxed{v = \frac{\varphi_1}{\varphi_u}} \quad (1 < v \leq 2)$$

- Inductance propre :

$$n_1 \cdot \varphi_1 = L_1 \cdot i_1 \quad \text{avec} \quad n_1 \cdot i_1 = \mathfrak{R}_{app} \cdot \varphi_1$$

$$\boxed{L_1 = \frac{n_1^2}{\mathfrak{R}_{app}}} \quad [H]$$

- Inductance de fuite :

$$\boxed{L_f = \left(1 - \frac{1}{v}\right)L_1}$$

$$n_1 \varphi_f = L_f i_1 \rightarrow L_f = n_1 \frac{\varphi_f}{i_1}$$

- Entrefer :

- Effet démagnétisant.
- Eloigner les zones de saturation.

- Quand on passe de la zone linéaire à la zone saturée :

$$\mu \searrow \Rightarrow \text{fuites} \nearrow \Rightarrow L \searrow \Rightarrow v \nearrow$$

Remarque : plus  $\mu$  augmente, plus le champ magnétique passe dans le matériau.

### Chapitre 3 : Couplage Magnétique

- Transformateur parfait :

$$e_1 = -\frac{d\phi_1}{dt} \Rightarrow \phi_1 = n_1 \varphi \quad ; \quad e_2 = -\frac{d\phi_2}{dt} \Rightarrow \phi_2 = n_2 \varphi$$

$$v_1 = -e_1 ; v_2 = e_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{e_1}{e_2} = \frac{n_2}{n_1} = -\frac{v_2}{v_1} = m$$

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = \mathfrak{R}_{app} \cdot \varphi \approx 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{i_2}{i_1} = -\frac{1}{m}}$$

$$\text{Puis } P_1 = i_1 v_1 \quad ; \quad P_2 = i_2 v_2$$

$$\Rightarrow \boxed{P_1 = P_2} \quad \text{Conservation de la puissance}$$

- Régime sinusoïdal :

$$\bar{E}_K = \bar{E}_{Keff} \sqrt{2} = -\frac{d\bar{\phi}_K}{dt} = -j\omega \bar{\phi}_K = -j\omega n_k \bar{\phi} = -j\omega n_k S \bar{B}$$

- Inductances Propre et Mutuelle

$$\phi_1 = L_1 i_1 + M_{i_2} \quad \Rightarrow \quad L_1 = \left. \frac{\phi_1}{i_1} \right|_{i_2=0}$$

$$M = \left. \frac{\phi_2}{i_1} \right|_{i_2=0}$$

$$\phi_2 = L_2 i_2 + M_{i_1} \quad \Rightarrow \quad L_2 = \left. \frac{\phi_2}{i_2} \right|_{i_1=0}$$

$$M = \left. \frac{\phi_1}{i_2} \right|_{i_1=0}$$

- Coefficient de dispersion :

$$\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}$$

### Chapitre 4 : Transformateur Monophasé

- Grandeur Nominale/Réduite

- Puissance apparente Nominale :  $S_n = V_{1n} I_{1n} = V_{2n} I_{2n}$  [KVA]

- Tension nominale : Primaire :  $V_{1n}$  [V]

Secondaire :  $V_{2n}$  [V]

$$m = \frac{V_{2n}}{V_{1n}}$$

- Courant nominale : Primaire :  $I_{1n}$  [A]

Secondaire :  $I_{2n}$  [A]

$$m = \frac{I_{1n}}{I_{2n}}$$

- Fréquence nominale :  $f_n$  [Hz]

- Impédance nominale : Primaire :  $Z_{1n} = V_{1n}/I_{1n}$

Secondaire :  $Z_{2n} = \frac{V_{2n}}{I_{2n}}$

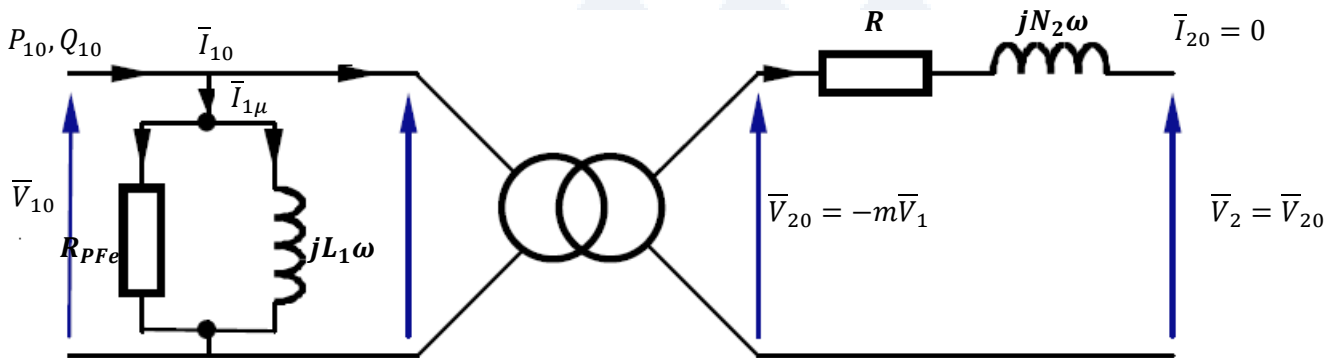
$$Z_{2n} = m^2 Z_{1n}$$

- Valeur réduite d'une impédance : Primaire :  $z_1 = \frac{Z_1}{Z_{1n}}$  [pu] ou [%]

$$\text{Secondaire : } z_2 = \frac{Z_1}{Z_{2n}}$$

**N.B. :** Une impédance réduite a même valeur au primaire et au secondaire.

- Essai à vide directe (Fonctionnement à vide) : 1<sup>er</sup> alimenté, 2<sup>e</sup> en court



On mesure  $V_{10}, V_{20}, P_{10}, I_{10}$  :

$$P_{10} = V_{10} I_{10} \cos \varphi_{10} \text{ (Pertes actives)}$$

$$\rightarrow P^2 + Q^2 = (VI)^2$$

$$m = \frac{M}{L_1} = \frac{V_{20}}{V_{10}} \Big|_{V_{10}=V_{1\mu}}$$

$$S_{10} = V_{10} I_{10} \text{ (Puissance apparente à vide)}$$

$$\cos \varphi_{10} = \frac{P_{10}}{S_{10}} \text{ (facteur de Puissance)}$$

$$(V_2 = V_{20} = mV_{10}) \quad (I_{1\mu} = I_{10} \text{ courant magnétique})$$

$$Q_{10} = V_{10} I_{10} \sin \varphi_{10} \text{ (Puissance active absorbée)}$$

$$R_{PFer} = \frac{V_{20}^2}{P_{10}} \quad L_1 \omega = \frac{V_{10}^2}{Q_{10}}$$

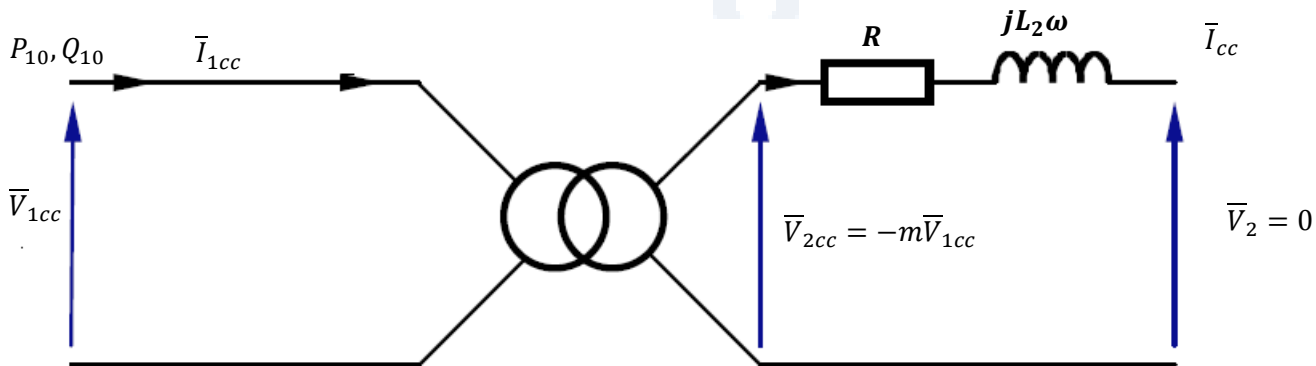
$$r_{PFe} = \frac{R_{PFe}}{Z_{1n}}$$

$$l\omega = \frac{L_1\omega}{Z_{1n}}$$

$$r_{PFe} = \frac{S_n V_{10}^2}{Q_{10} V_{1n}} = \frac{S_n}{Q_0} \Big|_{V_1=V_{1n}}$$

**N.B.:** Déphasage  $\bar{V}_{10}$ ;  $\bar{I}_{10} \neq \frac{\pi}{2} (R_{PFe})$ ;  $\bar{V}_{10}$  sinusoïdale  $\Rightarrow \bar{I}_{10}$  non sinusoïdale (hystérésis, saturation); courant enclenchement (Réf. 82)

- Essai en court-circuit directe : 1<sup>er</sup> alimenté, 2<sup>nd</sup> en court-circuit



On mesure  $V_{1cc}, I_{1cc}, P_{1cc}, I_{2cc}$  :

$P_{1cc} = V_{1cc} I_{1cc} \cos \varphi_{cc}$  (Pertes actives, Pertes Joules)

$$R = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2}$$

$$N_2 \omega = \frac{Q_{1cc}}{I_{2cc}^2}$$

$$r = \frac{R}{Z_{2n}}$$

$$n\omega = \frac{N_2 \omega}{Z_{2n}}$$

$$r = \frac{P_{1cc} I_{2n}^2}{S_n I_{2cc}^2}$$

$$n\omega = \frac{Q_{1cc} I_{2n}^2}{S_n I_{2cc}^2} = \frac{Q_{1cc}}{S_n} \Big|_{I_{2cc}=I_{2n}}$$

$$(I_{1cc} = m I_{2cc})$$

$$Q_{1cc} = V_{1cc} I_{1cc} \sin \varphi_{1cc} = P_{1cc} \tan \varphi_{1cc} = \sqrt{(V_{1cc} I_{1cc})^2 - P_{1cc}^2}$$

$$S_{1cc} = V_{1cc} I_{1cc} \text{ (Puissance apparente)}$$

$$\cos \varphi_{1cc} = \frac{P_{1cc}}{S_{1cc}} \text{ (Facteur de puissance)}$$

$$i_{2cc}^* = \frac{I_{2cc}}{I_{2n}} = \frac{v_{1cc}^*}{U_{cc}} \text{ avec } v_{1cc}^* = \frac{V_{1cc}}{V_{1n}} ; u_{cc} = \sqrt{r^2 + (n\omega)^2}$$

- 1<sup>er</sup> cas : Défaut de court-circuit :  $V_1 = V_{1n}$  puis court-circuit :

$$i_{2cc}^* = \frac{v_{1cc}^*}{U_{cc} \sim 5\% (I_{1cc} = I_{1n})} \sim 20\%$$

Courant dangereux :  $(I_{2n} \times 20) \Rightarrow \text{Effet Joule} \times (20)^2$

- 2<sup>e</sup> cas : Court-circuit contrôlé : Régler  $V_{1cc}$  pour  $i_{cc} = \max i_{2n} \Rightarrow 1 = \frac{v_{1cc}^*}{U_{cc}} \Rightarrow V_{1cc} = U_{cc} \times V_{1n}$   
 $V_{1cc}$  : Tension de court-circuit de transformateur

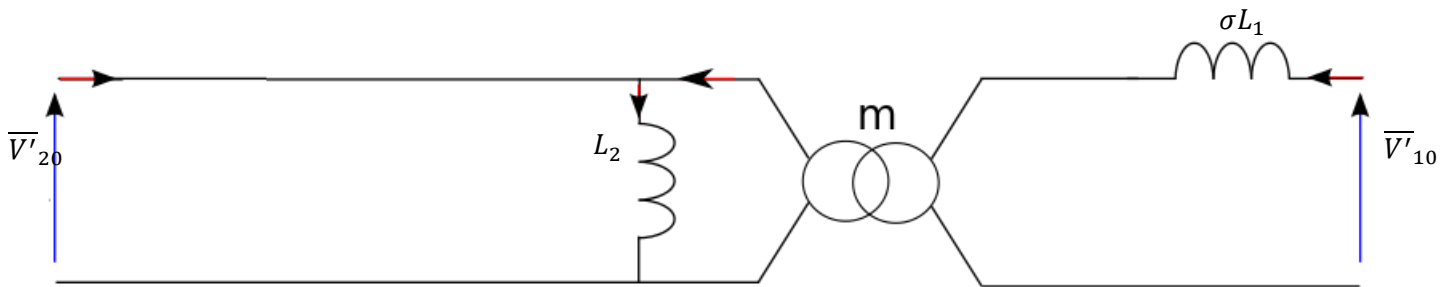
• Fonctionnement en charge :

- $\Delta V_2 = V_{10} - V_2 = [R \cos \varphi_2 + N_2 \omega \sin \varphi_2] I_2$
- $\Delta v_2 = \frac{\Delta V_2}{V_{2n}} = [r \cos \varphi_2 + n \omega \sin \varphi_2] i_2^* \quad i_2^* = \frac{I_2}{I_{2n}}$

$$\bar{V}_{20} = \bar{V}_2 + (R + j\omega N_2) \bar{I}_2$$

Projection (avec  $\theta \ll$ ) :  $V_{20} = V_2 + [R \cos \varphi_2 + N_2 \omega \sin \varphi_2] I_2$

• Essai à vide inverse : 1<sup>er</sup> en court-circuit, 2<sup>nd</sup> alimenté ( $V'_{20}$ )



$$-m = -\frac{L_2}{M}$$

$$m' = \frac{M}{L_2} = \frac{V'_{10}}{V'_{20}} \Big|_{V'_{20}=V_{2n}}$$

$$m = \frac{M}{L_1} = \frac{V_{20}}{V_{10}} \Big|_{V_{10}=V_{1n}} \quad \left( m \neq \frac{1}{m'} \right)$$

$$\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} = 1 - mm'$$

• Ordres de grandeur

$(r \ll n\omega) \ll \ll (\omega \ll r_{pFe})$

- $r$ : 0.05%  $\rightarrow$  (1% - 3%)

$$r = f(S_n) \searrow \quad r = \frac{RI_{2n}^2}{S_n} = \frac{RI_{2n}^2}{V_{2n}I_{2n}} = \frac{P_{Jn}}{S_n}$$

- $n\omega$ : 4%  $\rightarrow$  13%;  $n\omega = f(S_n) \nearrow$
- $l\omega$ : qq 1000%  $\rightarrow$  qq 10000%;  $l\omega = f(S_n) \nearrow$
- $r_{pFe}$ : qq 1000%  $\rightarrow$  qq 100000%
- $i_{1\mu}^* = \frac{I_{1\mu}}{I_{1n}} \quad f(S_n) \searrow$