Sessions

Partiel Mathématiques générales 1

SUP

Semestre 1

Veuillez respecter l'auteur de ce document.
Droits de reproduction et de diffusion réservés.

Université Saint-Joseph
Faculté d'ingénieurie - ESIB
Département des Classes Préparatoires - SUP

Mardi 14 novembre 2014

Composition : Mathématiques générales 1

Durée : 1h30 - Documents interdits - Calculatrices interdites - Nb de pages : 2

Exercice 1

1. Quelle différence existe entre une récurrence simple, une récurrence double et une récurrence forte ?
2. Quelle est la définition d'une somme télescopique ?
3. Donner la valeur de vérité des assertions suivantes et justifier votre réponse :
   (a) Paris est en France ou Madrid est en chine.
   (b) $[(2+1=3) \text{ et } (5<4)] \Rightarrow$ il y a de la neige dans le désert.
   (c) Soit Cléopâtre était chinoise, soit les grenouilles aboient.
   (d) $0 \neq 0 \Rightarrow 0 = 0$.
   (e) Soient $f : E \to F$ et $A \subset E$. $f(x) \in f(A) \Rightarrow x \in A$.

Exercice 2

Calculer les sommes suivantes où $n \in \mathbb{N}^*$.

1. $S_1(n) = \sum_{k=1}^{n} \ln(1+\frac{1}{k})$.
2. $S_2(n) = \sum_{k=1}^{n} (-1)^k x^{2k}$.

Exercice 3

Soient X un ensemble et $E = \mathbb{R}^X$ l'ensemble des applications de X dans $\mathbb{R}$. On définit sur E la relation binaire suivante :

$$\forall f, g \in E, f\mathcal{R}g \Leftrightarrow \forall x \in X, f(x) \leq g(x).$$

1. Trouver la négation de l'assertion : "$\forall x \in X, f(x) \leq g(x)$".
2. Montrer que $\mathcal{R}$ est une relation d'ordre.
3. L'ordre est-il total ?

Exercice 4

Soit E un ensemble, et soient A, B et C trois sous-ensembles de E. Montrer que :

$$A \cup B = A \cap C \Leftrightarrow B \subset A \text{ et } A \subset C.$$

Exercice 5

Soient $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ et $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ deux applications définies pour tout $k \in \mathbb{N}$ par

$$f(k) = 2k \quad \text{et} \quad g(k) = \begin{cases} \frac{k}{2} & \text{si } k \text{ est pair} \\ \frac{k-1}{2} & \text{si } k \text{ est impair.} \end{cases}$$

1. Étudier l'injectivité, la surjectivité et la bijectivité de f et de g.
2. Préciser $g \circ f$ et $f \circ g$ et étudier leur injectivité, leur surjectivité et leur bijectivité.

Exercice 6

1. Montrer en utilisant le principe de récurrence que tout entier naturel non nul n s'écrit sous la forme $n = 2^p(2q+1)$ où $p, q \in \mathbb{N}$.
2. Montrer que cette écriture est unique.

Bon travail

MOUVEMENT DE L'ESIB SOLIDAIRE