TPC - Enoncé

Mathématiques générales 1

SUP

Semestre 1

Veuillez respecter l'auteur de ce document.
Droits de reproduction et de diffusion réservés.

Université Saint-Joseph
Faculté d'ingénieurie - ESIB
Département des Classes Préparatoires - SUP *Vendredi 24 octobre 2014*

TPC : Mathématiques générales 1

Durée : 25 min - Documents interdits - Calculatrices interdites - Nb de pages : 2

Nom et groupe : Chufame Joseph « G.B »

Répondre par vrai (V) ou faux (F). Deux réponses incorrectes éliminent une réponse correcte.

1. On considère un plan et on désigne par $\mathcal{D}$ l'ensemble des droites de ce plan. On définit sur $\mathcal{D}$ la relation binaire // par :

$$\forall D_1, D_2 \in \mathcal{D},\ D_1 // D_2 \Leftrightarrow D_1 \text{ est parallèle à } D_2.$$

   (a) // est réflexive : V
   (b) // est symétrique : V
   (c) // est antisymétrique : F
   (d) // est transitive : V

2. On considère un plan et on désigne par $\mathcal{D}$ l'ensemble des droites de ce plan. On définit sur $\mathcal{D}$ la relation $\perp$ par :

$$\forall D_1, D_2 \in \mathcal{D},\ D_1 \perp D_2 \Leftrightarrow D_1 \text{ est perpendiculaire à } D_2.$$

   (a) $\perp$ est réflexive : V
   (b) $\perp$ est symétrique : V
   (c) $\perp$ est antisymétrique : F
   (d) $\perp$ est transitive : V

3. Soit $E = \{a, b, c\}$ un ensemble. Alors,
   (a) $a \in E$: V
   (b) $a \subset E$: F
   (c) $\{a\} \subset E$: V
   (d) $\emptyset \in E$: F
   (e) $\emptyset \subset E$: V
   (f) $\{\emptyset\} \subset E$: F

4. (a) $\sum_{i=1}^{n}(a_i + b_i) = \sum_{i=1}^{n} a_i + \sum_{i=1}^{n} b_i$: V
   (b) $\sum_{i=1}^{n}(a_i b_i) = \sum_{i=1}^{n} a_i \sum_{i=1}^{n} b_i$: F
   (c) $\sum_{i=1}^{n}(a_i)^\alpha = \left(\sum_{i=1}^{n} a_i\right)^\alpha$: F
   (d) $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} a_{ji}$: F

5. (a) $\prod_{i=1}^{n}(a_i + b_i) = \prod_{i=1}^{n} a_i + \prod_{i=1}^{n} b_i$: F

MOUVEMENT DE L'ESIB SOLIDAIRE

(b) $\prod_{i=1}^{n}(a_i b_i) = \prod_{i=1}^{n} a_i \prod_{i=1}^{n} b_i$: V

(c) $\prod_{i=1}^{n}(\alpha a_i) = \alpha \prod_{i=1}^{n} a_i$: F

6. (a) $\binom{n}{p} + \binom{n}{p-1} = \binom{n+1}{p}$: V

(b) $\binom{n-1}{p-1} + \binom{n}{p} = \binom{n}{p}$: F

(c) $\binom{n-1}{p-1} + \binom{n-1}{p} = \binom{n}{p}$: V

(d) $\binom{n+1}{p} + \binom{n+1}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}$: F

7. L'ensemble A est égal au singleton $\{1\}$.

(a) $A = \{n \in \mathbb{N}, (n|2) \text{ ou } (n|3)\}$: F

(b) $A = \{n \in \mathbb{N}, (n|3)\}$: F

(c) $A = \{n \in \mathbb{N}, (n^2 = n)\}$: V

8. Soit n un entier naturel.

(a) $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 2^k = 3^n$: V

(b) $\sum_{k=0}^{2n} \binom{2n}{k} (-3)^k = 2^{2n}$: V

(c) $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 2^k 3^{-k} = 1$: F

9. Soient x et y deux réels.

(a) $x < y \Rightarrow x^2 \leq y^2$: F

(b) $0 < x < y \Rightarrow 0 < 1/y < 1/x$: V V

(c) $x < y \Rightarrow x^2 < xy$: F

10. $\mathbb{R}^+ \Delta \mathbb{R}^- = \mathbb{R}^*$: V

11. Soit $f : E \to F$ une application. Alors,

$$f \text{ est injective } \Leftrightarrow \forall x, y \in E, x = y \text{ ou } f(x) \neq f(y) : \text{F}$$

12. La relation définie pour tous $z, z' \in \mathbb{C}$ par $|z| \leq |z'|$ est une relation d'ordre : F

13. $\sum_{k=2}^{n} \binom{n}{k} 3^k = 4^n - 1 - 3n$: F

14. $x \leq \sup A \Rightarrow x \in A$: F

15. $[\forall n \in \mathbb{N}^*, a > \frac{1}{\sqrt{n}}] \Rightarrow a > 1$: V

16. $\forall x, y, z \in \mathbb{R}^+, [x < y \Rightarrow xz < yz]$: V

17. $\prod_{k=1}^{n} \frac{2k+3}{2k-1} = \frac{(2n+3)(2n+1)}{3}$: V

MOUVEMENT DE L'ESIB SOLIDAIRE