

## Chapitres 1: Cinématique du point matériel.

**En coordonnées cartésiennes:**  $x, y, z$  (Base fixe)

-Vecteur position:  $\overrightarrow{OM} = x\vec{u}_x + y\vec{u}_y + z\vec{u}_z$

**N.B:** Mouvement plan  $xOy$ :  $\overrightarrow{OM} = x\vec{u}_x + y\vec{u}_y$  et Mouvement rectiligne:  $\overrightarrow{OM} = x\vec{u}_x$

-Vecteur vitesse:  $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{x}\vec{u}_x + \dot{y}\vec{u}_y + \dot{z}\vec{u}_z$  et  $\|\vec{v}\| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$  (tangent à la trajectoire)

-Vecteur accélération:  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \ddot{x}\vec{u}_x + \ddot{y}\vec{u}_y + \ddot{z}\vec{u}_z$  et  $\|\vec{a}\| = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$

**En coordonnées cylindriques:**  $M \begin{cases} r : \vec{u}_r \\ \theta : \vec{u}_\theta \\ z : \vec{u}_z \end{cases}$  (Base locale mobile)

-Vecteur position:  $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HM} = r\vec{u}_r + \theta\vec{u}_\theta + z\vec{u}_z$

En coordonnées cartésiennes:  $\overrightarrow{OM}_x = x = r \cdot \cos \theta$   
 $\overrightarrow{OM}_y = y = r \cdot \sin \theta$   
 $\overrightarrow{OM}_z = z = z$

-Vecteur vitesse:  $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$

-Vecteur accélération:  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

**N.B:**  $\frac{d\vec{u}_r}{dt} = \dot{\theta}\vec{u}_\theta$   $\frac{d\vec{u}_z}{dt} = \vec{u}_\theta$   $\frac{d\vec{u}_\theta}{dt} = -\dot{\theta}\vec{u}_r$

**Coordonnées polaires.** (Si  $z=0 \rightarrow$  Mouvement plan)

-  $r$  et  $u_r$  : composés Radiale.

-  $\theta$  et  $u_\theta$  : composés Ortho-radiale.

$\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_\theta$

-Si  $r = cte$ ,  $\vec{v}_r = \vec{0}$  et  $\vec{v} = \vec{v}_\theta = r \cdot \omega \cdot \vec{u}_\theta \rightarrow \vec{a}_r = \vec{a}_n$  (accélération normale) et  $\vec{a}_\theta = \vec{a}_t$  (accélération tangentielle)

**En coordonnées sphériques:**  $M \begin{cases} r : \vec{u}_r \\ \theta : \vec{u}_\theta \\ \varphi : \vec{u}_\varphi \end{cases}$  (Base locale mobile)

-Vecteur position:  $\overrightarrow{OM} = r\vec{u}_r$

-Vecteur vitesse:  $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$

-Vecteur accélération:  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

**Base de Frenet**  $s(t)$ : Trajectoire

-  $\vec{v} = \dot{s}\vec{\tau}$  ( $\vec{\tau}$ : Vecteur unitaire tangent à  $s$ ) ; ( $\vec{n}$ : Vecteur unitaire perpendiculaire à  $\vec{\tau}$ )

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{s} \cdot \vec{\tau} + s \cdot \frac{d\vec{\tau}}{dt} \rightarrow \vec{a}_t = \dot{s} \cdot \vec{\tau}$  : Variation du module de  $\vec{v}$  avec le temps.

$\rightarrow \vec{a}_n = s \cdot \frac{d\vec{\tau}}{dt}$  : Variation de la direction de  $\vec{v}$  avec le temps.

-  $\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \vec{n} \times \frac{ds}{dt} \times \frac{1}{r} = \vec{n} \times \frac{\vec{v}}{r} \rightarrow \vec{a}_t = \dot{s} \cdot \vec{\tau}$

$\rightarrow \vec{a}_n = \frac{v^2}{\rho} \vec{n}$

**Mouvement circulaire:**

$\overrightarrow{OM} = r\vec{u}_r = x\vec{u}_x + y\vec{u}_y \rightarrow \begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$

$-v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(r\theta)}{dt} = r\dot{\theta} = r \cdot \omega$ ,  $s = r\theta = r\omega t$

$\vec{v} = r\dot{\theta}\vec{u}_\theta = r\dot{\theta}\vec{u}_z \wedge \overrightarrow{OM}$   
 $= \omega\vec{u}_z \wedge \overrightarrow{OM} = \vec{\omega} \wedge r\vec{u}_r$

Mouvement circulaire:  $\begin{cases} \vec{a}_t = \vec{a}_{orth} \\ \vec{a}_n = \vec{a}_{rad} \end{cases}$

Mouvement circulaire uniforme:  $\begin{cases} \vec{a}_t = \vec{0} \\ \vec{a}_n = \vec{a}_{rad} = \vec{a} \end{cases}$

**N.B**

- sin 2a = 2 cos a sin a
- cos 2a = cos<sup>2</sup>a - sin<sup>2</sup>a = 1 - 2sin<sup>2</sup>a = 2cos<sup>2</sup>a - 1
- cos b = 2 cos<sup>2</sup> $\frac{b}{2}$  - 1 ; 1 + cos b = 2 cos<sup>2</sup> $\frac{b}{2}$

**Chapitre 2: Dynamique d'un point matériel.**

**Types de Forces.**

**-Interaction à distance :**

a) Interaction gravitationnelle :  $\vec{F}_{1/2} = \frac{-G.m_1.m_2}{r^2} \vec{u}$  (NB : si  $\vec{P} = \vec{F}_{1/2} \rightarrow \vec{g} = \frac{-GM_T}{r^2} \vec{u}$ )

b) Interaction électrostatique :  $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_1q_2}{r^2} \vec{u}$

c) Force de Lorentz : q en mouvement dans  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  ;  $\vec{F}_n = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B}$

**-Interaction de contact :**

a) Tension du Ressort : (K: raid)

horizontal :  $x = l - l_0$   $\begin{cases} \oplus: \text{ressort allongé} \\ \ominus: \text{ressort comprimé} \end{cases} \vec{T} = -K(l - l_0)\vec{u}$  ( $\vec{u}$  : sens de l'allongement du ressort)

vertical :  $m\vec{g} + \vec{T}_{eq} = \vec{0}$  ;  $\vec{T}_{eq} = -K(l_{eq} - l_0)\vec{u}_z = -m\vec{g}$

$\vec{F} = mg.\vec{u}_z - K(l - l_0)\vec{u}_z = K(l_{eq} - l_0)\vec{u}_z - k(l - l_0)\vec{u}_z = -K(l - l_{eq})\vec{u}_z = -K.z.\vec{u}_z$

b) Tension d'un fil : force de liaison qui impose une contrainte au mouvement du point matériel.

A l'équilibre :  $T_0 = mg$

c) Contact Solide-Liquide : force appliquée à un solide, immergé dans un fluide :  $\vec{\Pi} = \rho.V.\vec{g}$

(V : volume ,  $\rho$  : masse volumique)

d) Contact Solide-Solide : force de frottement :  $R = R_T + R_N$

$\|R_T\| = f_0\|R_N\|$  ( $f_0$ : coefficient statique de frottement)

Si  $F \leq f_0\|R_N\|$  pas de glissement. / Si  $F > f_0\|R_N\|$  on a glissement.

e) Frottement fluide :  $\vec{f} = -B.\vec{v}$  ( $B > 0$ , pour faible vitesse) ;  $\vec{f} = -C.S.v^2\vec{u}$  ( $\vec{u}$  sens de vitesse)

**Les Lois de Newton.**

1<sup>er</sup> Loi d'inertie : système isolé/pseudo-isolé  $\sum \vec{F} = 0 \rightarrow$  Repos ou mouvement Rectiligne Uniforme.

2<sup>eme</sup> Principe fondamental de la dynamique :  $\vec{F} = m.\vec{a}$

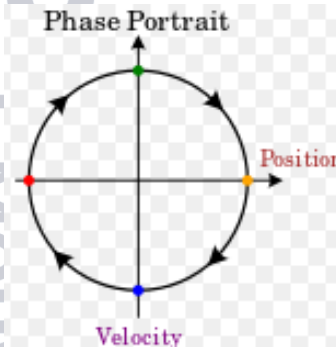
3<sup>eme</sup> Principe d'action et de réaction :  $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$

**Portrait de Phase.**

Ensemble des trajectoires de phases avec les différentes conditions

Sens de parcours d'une trajectoire de phase : Elle se déplace dans le

montre. d'un système périodique



$f(x) = v$  ;  $f(\theta) = \theta$   
 initiales.  
 sens des aiguilles d'une  
 Trajectoire de phase

SOLIDAIRE MOUVEMENT DE L'ESIB