MOUVEMENT
DE L'ESIB
SOLIDAIRE

Résumé Cours

Rédigé par Ziad Saleh

Mécanique des Fluides (Partie II)

2ème Courant Fort / Biomedical

Semestre 1

Mecanique des fluides (Partie 2)

I Analyse dimensionelle

1) Definition

M : masse
L : longueur
T : Temps

→ Rendre adimensionelle une grdeur c'est la diviser par un certains monomes $M^{\alpha_1} L^{\alpha_2} T^{\alpha_3}$ ou

M, L, T → grdeurs fondamentales

Expl : la force F

$$"F" = MLT^{-2}$$

$$\Rightarrow \pi_1 = \frac{F}{MLT^{-2}}$$ (Grdeurs adim lié à la force)

→ Pr faire une analyse dimensionell d'une grdeur E, on voit de quelles autres grdeurs $E_1, E_2, \dots, E_n$ elle depend et on fait des classes d'exp.

$$E = f(E_1, E_2, \dots, E_n)$$

$$\Rightarrow f(E, E_1, E_2, \dots E_n) = 0$$

$$\Rightarrow f(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{p-q}) = 0$$

$$\boxed{\pi_1 = f(\pi_2, \dots, \pi_{p-q})}$$

- p → nbres totales de grdeurs (en cptant E)
- q → Nbre de grdeurs fondamentales intervenant ds le pblem :
  - Geometriq → 1
  - cinematiq → 2
  - dynamiq → 3
- π_i → Grdeurs adimensionelles independantes (lié à chaq grdeur).

q peut etre egalement le nbr de grdeurs fond lié à M, L, T

En general on prd ρ, V, D

$$\rho = \frac{M}{L^3} \; ; \; V = LT^{-1} \; ; \; D = L.$$

Expl

$$"F" = MLT^{-2} = \rho L^4 T^{-2} = \rho V^2 D^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\pi_1 = \frac{F}{\rho V^2 D^2}}$$

→ On appelle nombre de Reynolds la grdeur adim associé à μ.

$$\boxed{R = \frac{\rho V D}{\mu}}$$

si $\pi = \frac{\mu}{\rho V D}$, on dit que $\pi = R$ qd m (pcq adim donc inversion ne chge rien).

2) Equat° de Navier Stockes

Pr caracteriser un ecoulement on utilise les 4 equat° de Navier - Stockes qui sont :

vitesse $\begin{cases} u(x,y,z,t) \\ v(x,y,z,t) \\ w(x,y,z,t) \end{cases}$

① $\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} + \dfrac{\partial w}{\partial z} = 0$

viscosité cinématique

② $\dfrac{du}{dt} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial}{\partial x}(\underbrace{p+\rho g z}_{p^*}) + \dfrac{\hat{\nu}}{\rho}\Delta u$ *

Laplacien

$\Delta = \dfrac{\partial u^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial u^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial u^2}{\partial z^2}$

③ $\dfrac{dv}{dt} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial}{\partial y}(p+\rho g z) + \dfrac{\nu}{\rho}\Delta v$

④ $\dfrac{dw}{dt} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial}{\partial z}(p+\rho g z) + \dfrac{\nu}{\rho}\Delta w$

Les condit° aux limites caractérisant l'écoulement (sur z ou p, ou les 2) nous conduisent à considérer 2 types pr expl :

→ Écoulement en charge

→ " à surface libre

3) Écoulement en charge

→ Caractérisé par une surface de séparat° horizontale ac $z = z_0$ et $p = p_0$ (patm ?)

$\Rightarrow p^* = p_0^* = cste$

(Voir Cours pr détail de calcul) → On réécrit les égal° de navier stockes en grdeurs adimensionnées (x_+ → cad x en adimensionné $x_1 = \frac{x}{D_0}$).

$$\begin{cases} \dfrac{du^+}{dx^+} + \dfrac{dv^+}{dy^+} + \dfrac{dw^+}{dz^+} = 0 \\ \dfrac{du^+}{dt^+} = -\dfrac{\partial p^*_+}{\partial x^+} + \dfrac{\nu}{\rho V_0 D_0}\Delta u^+ \\ \dfrac{dv^+}{dt^+} = -\dfrac{\partial p^*_+}{\partial y^+} + \dfrac{\nu}{\rho V_0 D_0}\Delta v^+ \\ \dfrac{dw^+}{dt^+} = -\dfrac{\partial p^*_+}{\partial z^+} + \dfrac{\nu}{\rho V_0 D_0}\Delta w^+ \end{cases}$$

$\dfrac{\nu}{\rho V_0 D_0} \to 1/R$

→ $\dfrac{1}{R}$ → Terme qui va faire varier l'écoulement car pr écoulement en charge $p^* = p_0^* = cste$.

* Donc pr un écoulement en charge

$$\boxed{\dfrac{E}{E_0} = f(R)}$$

certaines grdeurs — adimensionné

4) Écoulement à surface libre

→ Caractérisé par une surface de séparat° qqconq ac z variabl et $p = p_0 \Rightarrow p^*$ variable

→ On montre (Voir Cours Poly) que pr un écoulement à surface libre :

$$\boxed{\dfrac{E}{E_0} = f(R, F)}$$

où F est appellé nbre de Froude

$$\boxed{F = \dfrac{V^2}{gz}}$$

$\to = D$.

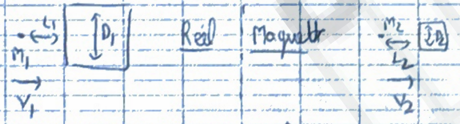
5) Similitude

a) Définit°

→ Pr simuler et comprendre les écoulements réels, on les modélisent sur des maquettes réduites.
Ces résultat sur maquette ne sont valables que si on vérifie des relat° de similitudes mécanique.

* **Similitude géométrique**

On a correspondance géométriq point par point :



M_1 et M_2 sont homologues si

$$\boxed{\frac{L_2}{L_1} = \frac{D_2}{D_1} = \lambda_D} \rightarrow \text{coef de réduct°.}$$

* **Similitude cinématique**

$$\boxed{\lambda_V = \frac{V_2}{V_1}}$$ (posit° homologues pr um tps homologu)

* **Similitud dynamique**

→ Deux syst sont dynamiquement semblables, si des points / parties homologues sont soumises à des syst de forces homologues

$$\boxed{\lambda_F = \frac{F(M_2)}{F(M_1)}}$$

b) Pr écoulement en charge

On a vu $\frac{E}{E_0} = f(R)$.

→ 2 phénom sont semblables (similitud cinématique car $R = f(V)$) si

$$R_1 = R_2$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_1 V_1 D_1}{\nu_1} = \frac{\rho_2 V_2 D_2}{\nu_2} \rightarrow \text{Similitude de Reynold}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda_\rho \lambda_V \lambda_D = \lambda_\nu} \rightarrow \text{Elles est parfaite}$$

Si on utilise m̂ fluide pr la réduc° alors $\lambda_\rho = \lambda_\nu = 1$

c) Pr écoulement à surface libre

On a vu $\frac{E}{E_0} = f(R, F)$

→ 2 phénom sont semblables (⇔ similitude dynamiq) ssi

$R_1 = R_2$ et $F_1 = F_2$.

$$\begin{cases} \lambda_\rho \lambda_V \lambda_D = \lambda_\nu \\ \lambda_V^2 = \lambda_g \lambda_D \end{cases} \quad V : \nu$$

Or $\lambda_g = 1$ tt le tps (on est sur terre)

$$\Rightarrow \boxed{\lambda_D^{3/2} = \lambda_V} \quad \text{ou} \quad \lambda_V = \frac{\lambda_\nu}{\lambda_\rho}$$

Similitude de Froude Parfaite

Or problm :

1) On peut pas utiliser le m̂ fluide sinon $\lambda_D = \lambda_V = 1 \Rightarrow$ ya pas réduct°

2) Pr $\neq \lambda_D$ on trouve λ_V trop petit
⇒ Fluide de cette viscosité introuvable

On est alors obligé de faire une similitude approchée

Ds notre cas on prd F prépondérant % à R (apeut varier en fct des exos).

Ds ce cas

$$F_1 = F_2$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda_v^2 = \lambda_g \times \lambda_b}$$

vitesse

Similitude de Froude approchée

II. Ecoulements Laminaires

1) Definit°

→ La resolut° des egat° de Navier stockes est difficile du fait de leur non lineareité.

→ Cette resolut° est possibl pr les ecoulement laminaires (pas de phenom de diffusion et lignes de courant snt bien definies) ac des condit° aux limits bien definies

→ Ecoulement laminaire n'est stable que pour des vitesses pas trop grandes ($R < 2000$).

→ On se place ds le cas d'ecoulements permanents, laminaires, incompressible.

On etudie les ecoulements unidirectionnel (Ecoulements rampant nes snt pas au prog).

2) Consequence sur les egat°

Les 4 egat° donnent respectivement

• ① $\Rightarrow \dfrac{du}{dx} = 0$ ($v, w = 0$ car ecoulem unidirectionnel selon x)

$\Rightarrow u(y,z,\cancel{t})$ car reg permanent

$\Rightarrow \boxed{u(y,z)}$

• ② $\Rightarrow \boxed{\dfrac{dp^*}{dx} = \mu \Delta u}$

$$\frac{du}{dt} = \underbrace{\frac{\partial u}{\partial t}}_{0} + \underbrace{u\frac{\partial u}{\partial x}}_{0} + \underbrace{v\frac{\partial u}{\partial y}}_{0} + \underbrace{w\frac{\partial u}{\partial z}}_{0}$$

• ③ et ④ $\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial p^*}{\partial y} = 0 \\ \dfrac{\partial p^*}{\partial z} = 0 \end{cases}$ $\Delta v = \Delta w = 0$

$\Rightarrow \boxed{p^*(x)}$

On a

$$\underbrace{\Delta u}_{\text{depend de } y,z} = \frac{1}{\mu}\underbrace{\frac{dp^*}{dx}}_{\text{depend de } x}$$

L'égalité n'est vérifiée que si elle est égale à une cste :

⇒ $\boxed{\frac{dp^*}{dx} = -a}$ où $a > 0$

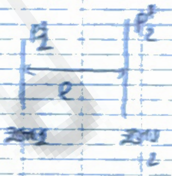
Il faut un grad de pression < 0 pr avoir écoulement ds le sens ① $\xrightarrow{t}$ ② . $\frac{dp^*}{dx} = \frac{p_2^* - p_1^*}{\ell}$

p_1^* , p_2^*

$p_1^* > p_2^*$ ⇒ écoulement ds le sens décrit.

⇒ $\frac{dp^*}{dx} = -a = \frac{p_2^* - p_1^*}{\ell}$

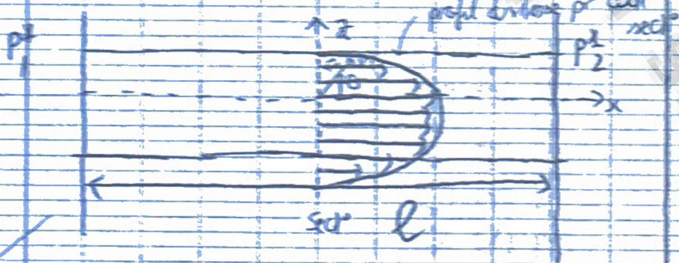
⇒ $\boxed{a = \frac{p_1^* - p_2^*}{\ell}}$



et $\boxed{\Delta u = \frac{-a}{\nu}}$

3) Exemples d'écoulement

a) Écoulement de Poiseuille



$p_1^* > p_2^*$

⇒ écoulement →

Conduite cylindrique circulaire

On a $-\frac{dp^*}{dx} = a$ ac $a = \frac{p_1^* - p_2^*}{\ell}$

• $\Delta u = \frac{-a}{\nu}$

• $\Delta u = \underbrace{\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}}_{\text{coord cylindriques}} + \underbrace{\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}}_{=0 \text{ symétrie de révolution}} + \underbrace{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}}_{=0 \text{ unidirectionnel}}$

• Condit° $u(R) = 0$ (paroi bloq flu

On trve

• $\boxed{u = \frac{aR^2}{4\nu} \times \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)}$

profil de vitesse parabolique

• $q_v = \iint u\, dS$

débit vol

→ $dS = 2\pi r\, dr$

→ $\int_0^R$

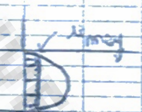
⇒ $\boxed{\begin{aligned} q_v &= \frac{\pi a R^4}{8\nu} \\ q_v &= \frac{\pi R^4}{8\nu\ell}\Delta p^* \end{aligned}}$ $a = \frac{\Delta p^*}{\ell}$

$\Delta p^* = p_1^* -$

$\frac{1}{S}\iint u\, dS$

• $u_{moy} = \frac{q_v}{S} = \frac{q_v}{\pi R^2}$

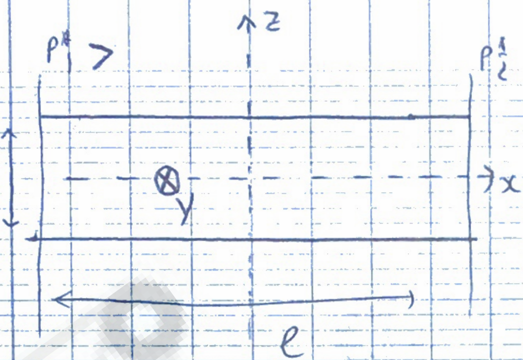
⇒ $\boxed{u_{moy} = \frac{\Delta p^*}{8\nu\ell} \times R^2}$



b) Écoulement unidirectionnel entre 2 plans //

• Les 2 plans // sont fixes

• L'écoulement provient d'un grad de pression.



- $\dfrac{dp^*}{dx} = -a$
- $\Delta u = \dfrac{-a}{\nu}$
- $\Delta u = \underbrace{\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}}_{0} + \underbrace{\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}}_{0} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ par symétrie

Condit° • $u(-b) = 0$ et $u(b) = 0$

On trouve

$$\boxed{u = \frac{ab^2}{2\nu}\left[1 - \left(\frac{z}{b}\right)^2\right]}$$

u est max (ds le centre) c.à.d pr $z = 0$.

$$q_v = \iint u\,dS = \int_{-b}^{+b} u\,dz$$

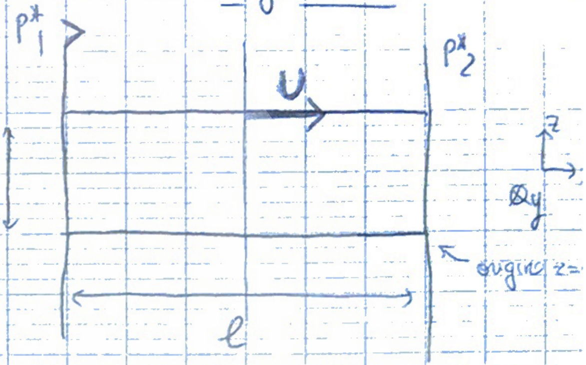
On pr $dS = 1 \times dz$ ⇒ On trouve q_v par unité de longueur (~~de m pr u_{moy}~~) Non

$$\boxed{q_v = \frac{2ab^3}{3\nu}}$$

car pr u_{moy} on a pris $S = 2b$

$$\boxed{u_{moy} = \frac{q_v}{S} = \frac{q_v}{2b} = \frac{ab^2}{3\nu}}$$

c) Ecoulement de Couette généralisé



- 2 plans (//)
- plan du bas fixe, plan du haut se déplace à la vitesse U et unidirectionnellement
- $\Delta u = \dfrac{-a}{\nu}$ où $a = \dfrac{p_1^* - p_2^*}{\ell}$

Condit° • $z = 0 \Rightarrow u = 0$

$z = h \Rightarrow u = U$

On trouve alors

$$\boxed{u = \frac{U}{h} z \ (1) + \frac{ah}{2\nu} z\left(1 - \frac{z}{h}\right) \ (2)}$$

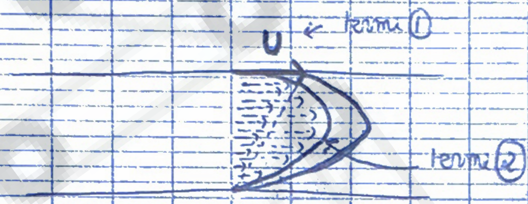
Remarque

- Si $U = 0$, on retrouve les 2 plans // avec $h = 2b$ et origine $z = 0$ en "$-b$" (Terme (
- Si $a = 0$ (pas de grad de pression) on a un écoulement de Couette (non généralisé) (Terme

Son profil de vitesse est de ce type

* **Tracé du profil pr l'écoulement de Couette généralisé**

• pr $a > 0$



— C'est la somme des tracés bleus et rouges.

• pr $a < 0$

Donc écoulement sens inverse
⇒ profil de vitesse ainsi

III. Écoulement dans les conduites

1) Analyse

On cherche à voir les pertes des charges ds une conduite.

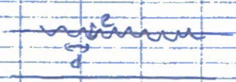
Or $\Delta H = \dfrac{\Delta p^*}{\rho g}$

Δp^* dépend ρ, ν, V, L, D, rugosité.

$$\frac{\Delta p^*}{\rho \frac{V^2}{2}} = f\left(R, \frac{L}{D}, \text{rugosité}\right)$$

ne dg rien ; rugosité : grdeur adim.

2) Pblem de rugosité



Ce sont des imperfect de la surface de la conduite

e → amplitude
d → période (dist moy entre 2 sommets)

$$\frac{\Delta p^*}{\rho \frac{V^2}{2}} = f\left(R, \frac{L}{D}, \frac{e}{D}, \frac{d}{D}\right)$$

or Δp^* prop à longueur L
$\left(\frac{dp^*}{dx} = -a\right)$.

$$\Rightarrow \boxed{\Delta p^* = \frac{\rho V^2}{2D} \times L \times \Omega\left(R, \frac{e}{D}, \frac{d}{D}\right)}$$

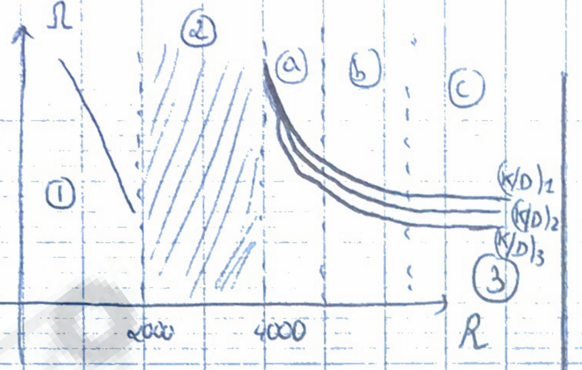
$$\Rightarrow \boxed{\Delta H = \Omega \times \frac{V^2}{2gD} \times L}$$

Formule de Darcy Weisback

3) Determinat° de Ω

a) Methode graphique

→ Lire courbe pr expérience de Nikuradze.



① Regime laminaire (stabilité)

② " Transitoire ⇒ n'importe quelle perturbat° ns fait basculer en rég turbulent

③ Regime turbulent

ⓐ Λ varie en fct° de R essentiellement

ⓑ " " " " de R et $\frac{K}{D}$

ⓒ " " " " $\frac{K}{D}$ essentiellement

b) Methode Numerique

Formule de Colebrook

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{\Lambda}} = -2\log\left(\frac{K/D}{3,71} + \frac{2,51}{R\sqrt{\Lambda}}\right)}$$

Effectuer +eurs calculs jusqu'à avoir Λ_n et Λ_{n+1} très proches.

4) Perte de charge singulière / régulière

- Régulière : ΔH prop à L

$$\Delta H = \Lambda \times \frac{V^2}{2gD} \times L$$

- Singulière

$$\Delta H_{sing} = K \times \frac{V^2}{2g}$$

Lorsque la perte de charge est pas prop à la longueur mais caract en un pt donné !

→ voir Remarque part du cours

Élargissement brusq ⇒ $\Delta H = \frac{V^2}{2g}$

cas particulier de pertes singulières

IV Étude des réseaux

a) Présentat°

* ≠ types

→ Réseau ramifié :

- 1 seul source
- 1 conduite principal
- ≠ ramificat°

Pas pratique si ya problem au niveau d'un noeud

→ Réseau maillé :

- ≠ srces pr une m̂ maille ⇒ pas de coupure généralisée.

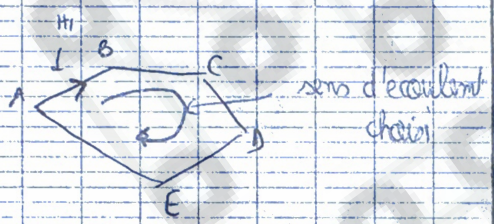
* Lois

Au niveau d'un noeud

$$\boxed{\sum_j q_{ij} = 0}$$

Fluide rentrant $\Rightarrow$ debit > 0

" sortant $\Rightarrow$ " < 0



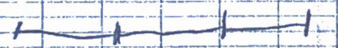
. $H_1 = H_A - H_B$

Ds la maille on a

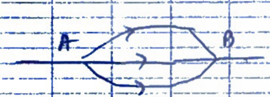
$$\boxed{\sum_K H_K = 0}$$

Si ecoulement ds le m̂ sens que le sens choisi $\Rightarrow$ $H_K < 0$ (pertes de charge)

* Autres



Des conduites en serie sont traversé par le m̂ debit mais ont un $\Delta H \neq$.



Des conduites en // ont le m̂ ΔH qui est ici $\Delta H = H_A - H_B$

* Caracteristique conduite

$$\Delta H = \lambda \times \frac{V^2}{2gD} \times L \quad \text{or} \quad V = \frac{Q}{S}$$

$$\Rightarrow \Delta H = \left(\lambda \times \frac{L}{2gDS^2}\right) \times Q^2$$

// cste pr reg tot rugueux car λ ne varie plus ac la vitesse

$$\Rightarrow \boxed{\Delta H = KQ^2}$$

• Conduite en serie

$\Delta H_{tot} = \sum \Delta H$ ou $\Delta H = KQ^2$

varie en fct des caract de la conduite

le m̂ pr en serie

• Conduite en //

→ ΔH est le m̂

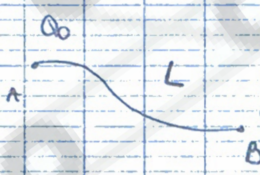
→ le debit arrivant en A se divise en q_1, q_2, q_3 pr chaque conduite.

$\neq$ a cause de K pr la conduite

b) Conduite en service

→ En general le debit n'est pas cste sur une conduite pck ya prelevement de la part des habitat° ou autres installat°.

→ On considere un prelevement uniforme en q/m.



← le debit le est $Q_0' = Q_0 - qL$.

$$\Delta H = \frac{\lambda}{2gDS^2} \times L \times Q^2$$

→ k = K par unité de longueur.

$$\Delta H_{AB} = \int_A^B dH = \int_A^B k Q^2 dx$$

ou $\boxed{Q(x) = Q_0 - qx}$

$$\Delta H_{AB} = \int_0^L k (Q_0 - qx)^2 dx$$

$\Rightarrow \quad \Delta H_{AB} \simeq K (Q_0 + 0{,}55 qL)^2$

Equiv à une conduite de longueur L et traversé par un debit cste de $Q_0 + 0{,}55 qL$

Remarques

* Pr une pompe

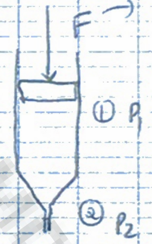
$$\boxed{P_{uissance} = \rho \times g \times \Delta H \times Q_V}$$

* ⚠

• $q_V = \iint u \, dS$ ← val general

• $q_V = U \times S$ → valeur moyenne de u.

*



F → Force appliquée sur le piston.

Ecoulement se fait de ① vers ② à cause du grad de pression :

① $P_1 > P_2$ alors

$$\boxed{\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{F}{S}}$$

* $\frac{F}{S} = \tau = \mu \frac{dV}{dy}$

F → force. S → Surface de contact. τ → contraint tgtielle. $\frac{dV}{dy}$ → Vitesse de deforma

* → vitesse linéaire = vit angulaire x rayon
(en rad/s)

→ Puissance = Force x vitesse = $C \times \Omega$
(en m/s)

→ Couple = Force x Rayon.

→ Moment d'inertie = Masse x $(\text{Rayon})^2$

* Dimensions

→ Force : " MLT^{-2} " ou " $\rho V^2 D^2$ "

→ Cple : " $F \times D$ "

→ Force tgtielle : " $\frac{F}{S}$ " = " FD^{-2} "

→ $R = \frac{\nu}{\rho V D} = \frac{\nu}{\rho N D^2}$ → Si on a choisi ça comme R c'lui qu'il faut utiliser pr la simplicité

ou N vitesse en tr/min
$V = $ " $N \times D$ ".

→ "g" accélérat° de pesanteur

g en $\frac{F}{M}$ (car $F = m\vec{a}$)

$g : \frac{MLT^{-2}}{M} = LT^{-2} = L^2T^{-2} \times L^{-1}$
$= V^2 D^{-1}$

⇒ $\pi_g = \frac{g}{V^2 D^{-1}} = \frac{gD}{V^2}$

or $\boxed{F = \frac{V^2}{gD}}$ (cpareil)

• $\Delta p = \rho g \Delta H$
: " $\rho LT^{-2} \times L$ "
: " $\rho L^2 T^{-2}$ "
: " ρV^2 "

• Q_v en " m^3/s "

* $Q_v = S \times V$
$\boxed{Q_v = VD^2}$

* vitesse du son
$V = 340$ m/s
mach 1

* Si écoulement de A vers B

$H_A = H_B + \Delta H$

ou $\Delta H = \Delta H_{pertes} - \Delta H_{gain}$
Rég + Sing — Exple pompe

On trouve que

$$\frac{P_B}{\rho g} = \frac{P_A}{\rho g} + (Z_A - Z_B) - \Delta H_{pertes} + \Delta H_{gain} + \frac{V_A^2}{2g} - \frac{V_B^2}{2g}$$

Si 2 pts sont à la m̂ altitude et debit = cste
(vitesse = cste alors si S = cste)

$$\Rightarrow \frac{p_B}{\rho g} = \frac{p_A}{\rho g} - \Delta H_{pertes}$$

⇒ ~~ecoulement ... gradient de pression~~

• Ya ecoulement en B si $V_B > 0$

$$\Rightarrow \frac{V_B^2}{2g} = \frac{V_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\rho g} - \frac{p_B}{\rho g} + (z_A - z_B) - \Delta H_{pertes} + \Delta H_{gain}$$

Si A pt fixe et $z_A - z_B = 0$
(m̂ cote)

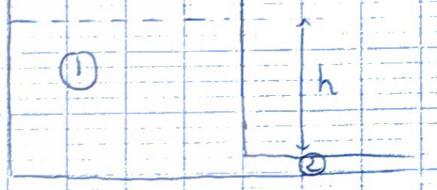
$$\frac{V_B^2}{2g} = \frac{p_A}{\rho g} - \frac{p_B}{\rho g} - \Delta H_{pertes} - \Delta H_{gain}$$

Ecoulement si ya pas de pompes et pas de pertes implique $p_A > p_B$

⇒ Gradient de pression.

• $\Delta p^* = \rho g \Delta H$ pr une vitesse moy cste entre les 2 pts.

Remarque



① → Reservoir de surface S qui contient un fluide qui va s'ecouler ds la conduite.

② Conduite de type poiseuille.
diamètre D.

a) Debit ds la conduite

$$q_v = \frac{\pi D^4}{128 \mu l} \Delta p^* = \frac{\pi D^4}{128 \mu l} \rho g h$$

qd h = 0 Reservoir vide et c logique $Q_v = 0$

• $\Delta p^* = \Delta p$ ds la conduite pck ds conduite $z = cst$

• h va varier cependant pck le reservoir se vide.

b) Vol qui sort du reservoir = vol qui rentre ds la conduite

$V = S \times dh$ (variat° hauteur) ; m^2, m $\qquad V = q_v \times dt$; m^3/s, s

Conservat° s'ecrit

$$S\,dh = (-)\, q_v \times dt$$

pck ds le reservoir c une perte et ds la conduite c'est un gain

* Iterat°

→ Bernoulli va ns donner une relat° entre V et Ω, on fait alors

ϱ_0 → Supposit°
↓
V_0 par calcul
↓
$R_e = \frac{\varrho V_0 D}{\nu}$
↓
Ω_1 graphiquem^t
↓
V_1
↓
R_1 etc jsq'a obtenir deux Ω de suite assez proche.

* Cas où écoulement est bidirectionnel

Il' s'écrit à la base

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = \vec{g} - \frac{1}{\varrho} \overrightarrow{grad}\, P + \frac{\nu}{\varrho} \Delta \vec{V}$$

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \\ \frac{dw}{dt} \end{cases} \quad \begin{cases} g_x \\ g_y \\ g_z \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dP}{dx} \\ \frac{dP}{dy} \\ \frac{dP}{dz} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta u \\ \Delta v \\ \Delta w \end{cases}$$

→ Ecoulement vertical $g_z = g \begin{pmatrix} g_x = 0 \\ g_y = 0 \end{pmatrix}$

→ Si écoulement incliné $\begin{cases} g_x = g \sin \alpha \\ g_z = g \cos \alpha \end{cases}$

ou l'inverse.