Problème 1

$$\frac{b}{a} = \frac{3}{2} = 1,5$$

1) $(M_x)_{max} = 0,0812\, qa^2 = 0,0812 \times 20 \times 4 = 6,496$ kN×m/m

$(M_y)_{max} = 0,0498\, qa^2 = 0,0498 \times 20 \times 4 = 3,984$ kN×m/m

2) Moments de torsion au milieu et dans un coin de la plaque :

- au milieu : $M_{xy} = 0$

Moment de torsion maximal = Rayon du cercle de Mohr

$= \frac{M_x - M_y}{2} = 1,256$ kN×m/m

- Dans un coin : $R = 0,085 \times 20 \times 4 = 6,8$ kN

$(M_{xy})_{coin} = \frac{6,8}{2} = 3,4$ kN×m/m

3) $(\sigma_x)_{max} = \frac{6(M_x)_{max}}{t^2} = \frac{6 \times 6,496 \times 1000}{t^2} = 140$

$\Rightarrow t^2 = 278,4\ mm^2 \Rightarrow t = 16,68$ mm

$\Rightarrow t = 17$ mm.

4) fléche maximale : $W_{max} = 0,00772\ \frac{qa^4}{D}$

$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{20000 \times (1,7)^3}{12(1-0,09)} = 8998$ kN×m

≈ 90 kN×m

$$W_{max} = \frac{0{,}00772 \times 20 \times (2)^4}{90} = 0{,}0274\ m$$
$$= 2{,}74\ cm$$

$t = 20\ mm \Rightarrow W_{max} = 1{,}68\ cm$

problème 2

1)

$$2\pi \times 2{,}5 \times N_\varphi = 315 \times \pi \times (2{,}5)^2 + \frac{2}{3}\pi \times (2{,}5)^2 \times 10$$

$\Rightarrow N_\varphi = 414{,}6$ kN/m identique pour le cylindre

calcul de N_θ

* partie sphérique : $\frac{N_\theta}{2{,}5} + \frac{414{,}6}{2{,}5} - 315 = 0$

$\Rightarrow N_\theta = 372{,}92$ kN/m

* partie cylindrique : $\frac{N_\theta}{2{,}5} - 315 = 0$

$\Rightarrow N_\theta = 787{,}5$ kN/m

$$\sigma = \frac{N_\theta}{t} = \frac{787{,}5}{t} = 120 \Rightarrow t = 6{,}56\ mm$$

$t = 6{,}6\ mm$

2) $2\cancel{\pi} \times \cancel{2,5} \times R = \left(\cancel{\pi} \times (2,5)^2 \times 6,5 + \frac{2}{3}\cancel{\pi} \times (2,5)^3\right) \times 1$

$R = 102,08 \text{ kN/m}$

3) déplacement radial u_r

* cylindre : $\varepsilon_\theta = \frac{u_r}{2,5} = \frac{1}{Et}(N_\theta - \nu N_z)$

$\Rightarrow u_r = \frac{2,5 \times 100}{20000 \times 0,66}(7,875 - 0,3 \times 4,146)$

$= 0,125 \text{ cm}$

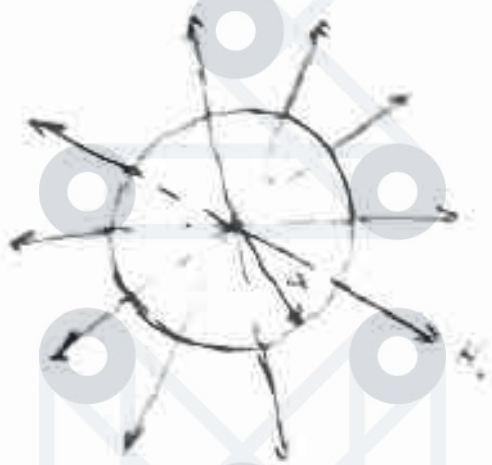
* sphère : $u_r = \frac{2,5 \times 100}{20000 \times 0,66}(3,729 - 0,3 \times 4,146)$

$= 0,047 \text{ cm}$

$\Rightarrow$ la théorie de membrane n'est pas valable au niveau de la jonction.

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{z}{r} \Rightarrow r = \frac{z}{\operatorname{tg}\alpha}$

Plaque circulaire soumise à un chargement radial N_r uniformément réparti sur le périmètre de la plaque.



Inconnue principale : déplacement radial $u(r)$

$$u = Ar + \frac{B}{r}$$

pour éliminer la partie singulière de la solution lorsque $r \to 0$, il faut poser $B = 0$

$$\Rightarrow \quad u = Ar$$

$$e_r = \frac{du}{dr} = A$$

$$e_\theta = \frac{u}{r} = A$$

$$N_r = C\,(e_r + \nu e_\theta) = C(1+\nu)\,A \quad \text{Constant}$$

$$N_\theta = C\,(e_\theta + \nu e_r) = C(1+\nu)\,A \quad \text{Constant}$$

$$\Rightarrow \quad N_r = N_\theta$$

et comme sur la périphérie $r = a$, $N_r = H_0$

$\Rightarrow$ portant on a $N_r = N_\theta = H_0$.

$$\Rightarrow A = \frac{H_0}{C(1+\nu)} = \frac{H_0(1-\nu)}{Et}$$

$$\Rightarrow u(r) = \frac{H_0(1-\nu)}{Et} r$$

en particulier $u(a) = \dfrac{H_0(1-\nu)a}{Et}$