Hydraulique Tome I

-Ecoulement laminaire: $Re < 2400$
-Ecoulement Turbulent: $Re \geq 2400$
- $\boldsymbol{Rex = \frac{U_0 x}{\nu}}$, $\boldsymbol{Re_L = \frac{U_0 L}{\nu}}$

BLASIUS : Couche limite laminaire sur une plaque plane.

-Epaisseur de la couche limite : $\boldsymbol{\delta = 5\sqrt{\frac{\nu x}{U_0}}}$

-Epaisseur de déplacement : $\boldsymbol{\delta^{+} = 1.73\sqrt{\frac{\nu x}{U_0}}}$ $\left(\boldsymbol{\delta^{+} = \int_0^{\delta}\left(1 - \frac{u}{U_0}\right)dy}\right)$

-Epaisseur de quantité de mouvement : $\boldsymbol{\delta^{++} = 0.664\sqrt{\frac{\nu x}{U_0}}}$ $\left(\boldsymbol{\delta^{++} = \int_0^{\delta}\frac{u}{U_0}\left(1 - \frac{u}{U_0}\right)dy}\right)$

-Epaisseur d'énergie cinétique : $\boldsymbol{\delta^{+++} = 0.52\sqrt{\frac{\nu x}{U_0}}}$ $\left(\boldsymbol{\delta^{+++} = \int_0^{\delta}\frac{u}{U_0}\left(1 - \left(\frac{u}{U_0}\right)^2\right)dy}\right)$

Frottements.

-Tension de frottement sur la plaque : $\boldsymbol{\tau_0 = 0.332\mu U_0\sqrt{\frac{U_0}{\nu x}}}$ $\left(\boldsymbol{\tau_0 = \mu\left(\frac{du}{dy}\right)_{y=0}}\right)$

-Coefficient de frottement local : $\boldsymbol{\tau_0 = C_{fl}\,\rho\,\frac{U_0^2}{2}}$ $\rightarrow$ $\boldsymbol{C_{fl} = 0.664\,(Rex)^{-\frac{1}{2}}}$

-$\boldsymbol{Re_{(Critique)} = 3.10^5}$

- Force de frottement totale : $\boldsymbol{F_f = \int_0^L \tau_0 l\,dx}$ $=$ $\boldsymbol{2\mu\,.\,0.332U_0\left(\frac{U_0 L}{\nu}\right)^{\frac{1}{2}}}$ $(\boldsymbol{l}$: $\boldsymbol{largeur\ /\ normalent = 1})$

- Coefficient frottement totale : $\boldsymbol{F_f = C_{ft}\,\rho\,\frac{U_0^2}{2}\,lL}$ $\rightarrow$ $\boldsymbol{C_{ft} = 1.328\,(Rel)^{-\frac{1}{2}}}$

Débit dans la couche limite.

$$\boldsymbol{q_v = \int_0^{\delta} u.\,l.\,dy = U_0.\,l(\delta - \delta^{+})}$$

Conditions aux limites.

$\boldsymbol{y = 0\ ,\ u = 0\ \ et\ v = 0}$ (Pas de vitesse à la paroi)

$\boldsymbol{y = \delta\ ,\ u = U_0}$

$\boldsymbol{\left(\frac{du}{dy}\right)_{y=\delta} = 0}$

$\boldsymbol{\left(\frac{d^2u}{dy^2}\right)_{y=0} = 0}$

$\boldsymbol{\left(\frac{du}{dy}\right)_{y=0} = 0}$ (Point de décollement)

Théorème d'Euler (Equation de Von-Karman).

-$U_0 = cte$ $\rightarrow$ $\boldsymbol{\tau_0 = \rho U_0^2\frac{d\delta^{++}}{dx}}$

-$U_0 \neq cte$ $\rightarrow$ $\boldsymbol{\tau_0 = \rho U_0^2\frac{d\delta^{++}}{dx} + \rho U_0\frac{dU_0}{dx}(2\delta^{++} + \delta^{+})}$

Couche limite Turbulente

$\boldsymbol{\frac{u}{U_0} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{n}}}$ Pour $n = 7$ $\rightarrow$ $Rex < 10^7$

$n = 8$ $\rightarrow$ $10^7 < Rex < 10^8$

$n = 9$ $\rightarrow$ $10^8 < Rex < 10^9$

MOUVEMENT DE L'ESIB SOLIDAIRE

Si la portion laminaire est négligée

$\delta = 0.373x(Rex)^{-\frac{1}{5}}$

$\delta^{+} = \int_0^{\delta}\left(1-\frac{u}{U_0}\right)dy = \ 0.0466x(Rex)^{-\frac{1}{5}}$

$\delta^{++} = \int_0^{\delta}\frac{u}{U_0}\left(1-\frac{u}{U_0}\right)dy = \ 0.0362x(Rex)^{-\frac{1}{5}}$

Frottements

- $\tau_0 = 0.0227\rho U_0^2\left(\frac{\nu}{U_0\delta}\right)^{-\frac{1}{4}} \ = \ C_{fl}\,\rho\,\frac{U_0^2}{2}$
- $C_{fl} = 0.0581\ (Rex)^{-\frac{1}{5}}$
- $C_{ft} = 0.0726(Re_L)^{-\frac{1}{5}}$
- $F_f = C_{ft}\,\rho\,\frac{U_0^2}{2}\,lL$

Si on tient compte de la portion laminaire

$Re_{critique} = Re.x_L \ \rightarrow$ On trouve x_L

$\boldsymbol{\delta = 5\sqrt{\frac{\nu x_L}{U_0}}}$

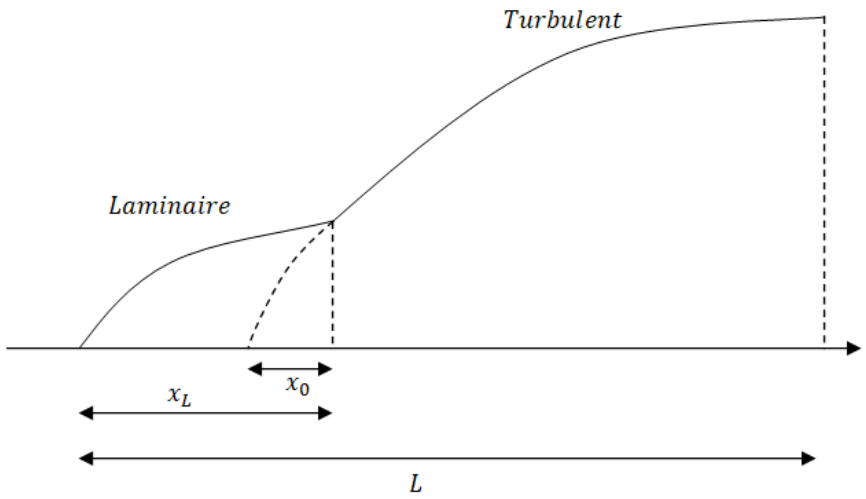
Origine de la couche turbulente

$\delta_L = 0.373x_0\left(\frac{\nu}{U_0\,x_0}\right)^{\frac{1}{5}} \ \rightarrow \ x_0$

On obtient

- $\delta = 0.373x\left(\frac{\nu}{U_0\,x}\right)^{\frac{1}{5}}$ Pour $x = (L - x_L + x_0)$
- $C_{ft} = 0.0726(Re_L)^{-\frac{1}{5}}$ - $\begin{cases} 1060\ Re_L^{-1} & Re_L = 3\times10^5 \\ 1700\ Re_L^{-1} & Re_L = 5\times10^5 \\ 2080\ Re_L^{-1} & Re_L = 6\times10^5 \end{cases}$

$F_f = C_{ft}\,\rho\,\frac{U_0^2}{2}\,lL$



Traînée

C'est une force de la forme :

$F_x = \frac{C_x}{2}\,A\,V^2$ (V : vitesse moyenne de l'écoulement)

C_x : Coefficient de traînée

A : Surface en contact avec l'écoulement