Chapitre I : Système de numération et codes

I.1 - Notions fondamentales

2 manières de representer des grandeurs:

- **Representation analogique** : Representation d'une grandeur physique de manière continue
- **Representation numerique** : Representation d'une grandeur de manière discrète c'est à dire discontinue

II - Systeme de numeration :

Dans un systeme de numerotation en base B, un nombre noté $(N)_B$ égal à :

$$(N)_B = \sum_{K=0}^{n-1} a_K B^K$$

avec : B : la Base du systeme de numerotation
a : chiffre composant N
K : rang du chiffre.

a) Systeme decimale : B = 10

Systeme de numeratation disposant de dix symboles : 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

ex : $\overset{K: 3\,2\,1\,0}{7239} = (7\times10^3 + 2\times10^2 + 3\times10^1 + 9\times10^0)_{10}$

b) Systeme binaire : B = 2

La numerotation binaire utilise deux symbole appelés BIT : 0 1

La numerotation binaire distingue 2 états logiques fondamentaux

Cette base distingue 2 états logiques fondamentaux

$\overset{K: 7\,6\,5\,4\,3\,2\,1\,0}{(11110010)_2} = 1\times2^7 + 1\times2^6 + 1\times2^5 + 1\times2^4 + 0\times2^3 + 0\times2^2 + 0\times2^1 + 0\times2^0 = (242)_{10}$

- Avec N chiffres on peut compter de 0 jusqu'à $2^N - 1$ et donc former 2^N combinaison.

c) Systeme octal : B=8

Ce systeme de numeration est composé de huit symboles : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

$\overset{3\,2\,1\,0}{(1356)_8} = (1\times8^3 + 3\times8^2 + 5\times8^1 + 6\times8^0)_{10}$

$1\cancel{28}8$ n'est pas un nombre appartenant à la base octal car $8 \notin B=8$

d) Systeme hexadecimal : B=16

Ce systeme comporte 16 symboles : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

$(D62C)_{16} = 13\times16^3 + 6\times16^2 + 12\times16^0 = (54828)_{10}$

B=10	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	1
B=2	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
B=8	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
B=16	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

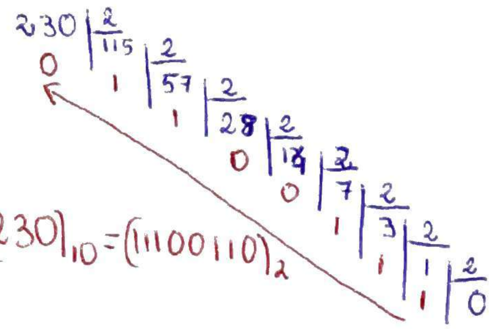
III - Les conversions

a) Conversion du système Decimal vers une Base quelconque

Pour convertir un nombre de la base 10 vers une autre Base, on fait une suite de division euclidienne par B et on note le reste de bas en haut.

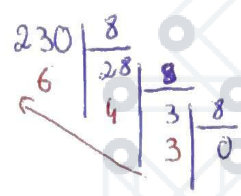
ex : $(230)_{10}$

B = 2



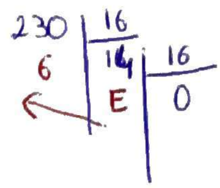
$(230)_{10} = (11100110)_2$

B = 8



$(230)_{10} = (346)_8$

B = 16



$(230)_{10} = (E6)_{16}$

b) Conversion d'un système quelconque vers le decimal :

Pour $(A)_B = a_{(4)}\, a_{(3)}\, a_{(2)}\, a_{(1)}\, a_{(0)}$

on a $(A)_{10} = a_4 \times B^4 + a_3 \times B^3 + a_2 \times B^2 + a_1 \times B^1 + a_0 \times B^0$

ex :

$(\overset{4}{1}\overset{3}{1}\overset{2}{0}\overset{1}{0}\overset{0}{1})_2 = (1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0)_{10}$

$(671)_8 = 6 \times 8^2 + 7 \times 8^2 + 1 \times 8^0$

$(A69)_{16} = 10 \times 16^2 + 6 \times 16^1 + 9 \times 16^0$

c - Conversion Binaire - octal

Pour convertir du binaire vers l'octal, on divise le nombre en tranche de 3 en partant de la droite. Chacun des paquet est ensuite converti en octal.

ex : $(\underbrace{101}_{5}\,\underbrace{111}_{7}\,\underbrace{010}_{2}\,\underbrace{100}_{4})_2 = (5724)_8$

d) Conversion Octal - Binaire

C'est le processus inverse, on ecrit chaque chiffre en binaire de 3 bits en ajoutant des zeros s'il le faut

ex : $(\underset{011}{3}\,\underset{101}{5}\,\underset{010}{2})_8 = (011101010)_2$

e) Conversion Hexadecimal ↔ Binaire

Meme principe que la conversion octal - Binaire mais on travaille sur 4 bits

ex : $(\underset{1101}{D}\,\underset{0111}{7}\,\underset{0001}{1})_{16} = (110101110001)_2$ $\quad$ $(\underbrace{1111}_{F}\,\underbrace{1010}_{A}\,\underbrace{0111}_{7})_2 = (FA7)_{16}$

8) Conversion Hexadecimal ⟷ octal

Il faut imperativement passer par une base intermediaire, de preferance la B = 2

IV - Arithmetique binaire

a) Addition binaire

0 + 0 = 0
0 + 1 = 1
1 + 0 = 1
1 + 1 = 10 ⟹ on note 0 et on retient 1
1+1+1 = 11 ⟹ on note 1 et on retient 1.

ex :

$$\begin{array}{r} 1\overset{1}{0}11 \\ +\ 1010 \\ \hline 10101 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \overset{1}{1}\overset{1}{1}\overset{1}{1}1 \\ +\ 1111 \\ \hline 11110 \end{array}$$

b) Soustraction en binaire

0 - 0 = 0
0 - 1 = 1 en ayant emprunte 1 à gauche
1 - 0 = 1
1 - 1 = 0

ex :

$$\begin{array}{r} 1011 \\ -\ 1010 \\ \hline 0001 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1000 \\ -\ 0111 \\ \hline 0001 \end{array}$$

c) Soustraction en Hexadecimal

$$\begin{array}{r} 3\ A_{9}\ 2_{1+16}\ 5_{+16} \\ -\ 2\ 1\ F\ B \\ \hline 1\ 8\ 2\ A \end{array}$$

V - les codes :

a) code DCB : ce code consiste à representer chaque chiffre d'un nb decimal en binaire sur 4 bits :

ex : $(7239)_{10} = (0111\,0010\,0011\,1001)_{DCB}$

0111 0010 0011 1001

b) Code de Gray : aussi appele code reflechi du fait qu'une representation codé ne diffère de celle qui la precède que par 1 bit. On dit que les representation sont adjacente.

. si le dernier est adjacent au premier on parle de code reflechit cyclique.